



JÖNKÖPING UNIVERSITY

*School of Education and
Communication*

Elevers olika erfarenheter kring subtraktionstecknet

En kvalitativ studie om nio elevers olika användande och
förståelse av subtraktionstecknet

KURS: Examensarbete II, F-3, 15 hp

FÖRFATTARE: Isabell Jonsson

EXAMINATOR: Pernilla Mårtensson

TERMIN: VT16

SAMMANFATTNING

Isabell Jonsson

Elevers olika erfarenheter kring subtraktionstecknet

En kvalitativ studie om nio elevers olika användande och förståelse av subtraktionstecknet

Pupils different experiences regarding the subtraction sign

A qualitative study regarding nine pupils' different usage and comprehension of the subtraction sign

Antal sidor: 34

Syftet med studien är att undersöka hur nio elever i årskurs 5 erfar subtraktionstecknet. Studien kommer också presentera och synliggöra elevernas olika uppfattningar och svårigheter kring subtraktionstecknet. Studien har genomförts med hjälp av kvalitativa intervjuer där nio elever beskriver hur de erfar subtraktionstecknet utifrån olika sammanhang. Den teoretiska utgångspunkten för studien är livsvärldsfenomenologin. Vid analys av studiens datamaterial har teman formats som sedan behandlas i studiens resultatkapitel. Resultatet är att eleverna betraktar subtraktionstecknet som att något ska tas bort eller minskar ett annat tal. Studiens resultat visar också att eleverna anser att subtraktion är svårt, och att fel ofta begås för att det är flera steg vid genomförandet av beräkningarna. Resultatet synliggör också att eleverna inte reflekterar kring sina val av metoder och strategier i samband med beräkningar av subtraktion.

The aim of this study is to investigate how nine pupils in schoolyear 5 experiences the subtraction sign. The study will present and reveal the pupils' different perceptions and difficulties regarding the subtraction sign. This study has been performed through qualitative interviews by nine pupils describing how they comprehend the subtraction sign in different contexts. The theoretical point of view in this study is life-world phenomenology. When analyzing the study's datasets, a number of themes has been formed that later are addressed in the result. The result of this study shows that the pupils considers the subtraction sign as to take something away or to decrease a number. The result also shows that the pupils considers subtraction to be difficult, and errors often occurs because of multiple steps during the calculations. Furthermore, the result reveal that the pupils are not aware of their choice regarding methods and strategies when making calculations in subtraction.

Sökord: *subtraktionsundervisning, subtraktionstecknet, elevers förståelse, subtraktion, matematik*

Keywords: *subtraction instruction, subtraction sign, pupils' understanding, subtraction, mathematics*

Innehållsförteckning

1. Inledning.....	1
2. Bakgrund	3
2.1. Subtraktionstecknets innebörd och betydelse vid introduktionen.....	3
2.2. Tidigare kända svårigheter och missuppfattningar.....	4
2.3. Didaktiska konsekvenser i subtraktionsundervisningen för de tidigare åldrarna	6
2.4. Styrdokumenten	8
2.5. Vetenskaplig teori.....	9
3. Syfte och frågeställningar	11
3.1. Syfte.....	11
3.2. Frågeställningar.....	11
4. Metod.....	12
4.1. Forskningsetiska ställningstaganden.....	12
4.2. Urval.....	13
4.3. Genomförandet av kvalitativa intervjuer	14
4.4. Analys av datamaterial	15
5. Resultat	16
5.1. Elevernas beskrivningar av subtraktionstecknet.....	16
5.1.1. Subtraktionstecknets innebörd för de olika eleverna	17
5.1.2. Elevernas olika motiveringar till valda metoder och strategier	18
5.2. Elevernas olika användning av subtraktionstecknet	19
5.2.1. Metoder och strategier eleverna använder vid subtraktion	20
5.2.2. Sambandet mellan addition och subtraktion	21
5.3. Uppvisade svårigheter och missuppfattningar bland de olika eleverna	21
5.3.1. Elevernas beskrivningar av svårigheterna och missuppfattningarna	22
5.3.2. Elevernas uppvisande av svårigheterna och missuppfattningarna	23

5.3.3. Sammanfattning av de olika svårigheterna och missuppfattningarna	24
5.4. Elevernas olika tankar kring ett förebyggande arbete.....	24
6. Diskussion.....	26
6.1. Metoddiskussion.....	26
6.2. Resultatdiskussion	28
6.2.1. Beskrivningar av subtraktionstecknet.....	28
6.2.2. Användandet av subtraktionstecknet.....	29
6.2.3. Förebyggande arbete inom subtraktionsundervisningen i de tidigare skolåren.....	30
7. Avslutande ord	32
Referenslista	33
Bilaga 1	
Bilaga 2	
Bilaga 3	

1. Inledning

Subtraktion är ett av de fyra räknesätten eleverna ska tillägna sig kunskap inom i de tidigare åldrarna. Det är därför viktigt att forma en undervisning som möjliggör att eleverna kan utveckla kunskaper kring fungerande och hållbara metoder och strategier inom subtraktion, för att undvika eventuella svårigheter eller begränsningar inom den matematiska utvecklingen (Baroody, 1984b; Selter, Pre-diger, Nührenböcker & Hußmann, 2011). Intresset för just subtraktionsundervisningen bland de tidiga åldrarna har vuxit fram vid tillfällen då jag har varit ute och haft verksamhetsförlagd utbildning på olika skolor. Min tolkning av matematikundervisningen för de yngre åldrarna, och framförallt vid introduktionen av subtraktion i årskurs 1, var att eleverna uppvisade återkommande svårigheter inom området. De missuppfattningarna eleverna uppvisade var bristen av förståelse för strategierna och metoderna de använt vid lösningen av uppgiften, att subtraktionen var för abstrakt samt att eleverna relaterade räknesättet subtraktion till att något skulle tas bort. Eleverna förklarade även att undervisningen för räknesättet addition upplevdes annorlunda i jämförelse med undervisningen för räknesättet subtraktion.

Vid mitt tidigare examensarbete gjordes därför en forskningsöversikt kring området (Andersson & Jonsson, 2015). Granskning och analys av tio publikationer genomfördes för att finna speciella arbetssätt, strategier eller metoder som kunde vara mer lämpliga att använda vid undervisning kring subtraktion. Resultatet av det tidigare examensarbetet visade på att det fanns flertalet faktorer som kunde påverka eventuella svårigheter. Den tidigare forskningen gav flertalet exempel på hur undervisningen kunde utformas för att förebygga svårigheter, men forskningen var inte enig kring vilken undervisning som var mest gynnsam för eleverna. I den här studien undersöks därför nio elevers erfarenheter kring subtraktionstecknet, för att bidra med kunskap inom området. Undersökningen genomförs med hjälp av semistrukturerade intervjuer med nio elever i årskurs 5. Eleverna beskriver sin förståelse av subtraktionstecknet i samband med att de förklarar hur de använder tecknet i olika uppgifter.

Syftet är att undersöka elevers förståelse och användning av subtraktionstecknet i årskurs 5, för att synliggöra hur undervisningen bör utformas redan i de tidigare åldrarna för att undvika och förebygga missuppfattningar och svårigheter. Baroody (1984a, 1984b) bekräftar också vikten av att vara medveten om de svårigheter som kan uppstå och undersöka vilka som existerar för att kunna inleda ett förebyggande arbete i undervisningen. Även Liedtke (1982) lyfter i sitt resultat att läraren behö-

ver vara medveten om de svårigheter eleverna kan utveckla för att medvetet kunna forma en undervisning där svårigheterna bearbetas redan vid introduktionen i ett förebyggande syfte. Liedtkes (1982) resultat gav mig därför inspirationen till att undersöka vilka svårigheter och missuppfattningar som fortsatt vålla problem i årskurs 5, för att kunna utforma en för eleverna gynnsam introduktion kring subtraktion redan i de tidigare åldrarna. För att förebygga svårigheter och missuppfattningar i de yngre åldrarna tror jag att det är viktigt att undersöka hur elever arbetar med räknesättet subtraktion i årskurs 5 för att kunna skapa en undervisning som främjar elevernas utveckling långsiktigt. De grundläggande kunskaperna i matematik som behandlas i de tidiga åldrarna lägger grunden för elevernas fortsatta utveckling och motivation inom ämnet (Baroody 1984b).

2. Bakgrund

Studiens bakgrundskapitel kommer att fortlöpande redogöra för tidigare forskning inom området samt bakgrundsinformation kring studiens syfte och frågeställningar för att läsaren ska få studiens innehåll i ett sammanhang. Avsnittet kommer att beskriva innebörden kring utvecklade kunskaper inom subtraktion (2.1.), och vilka missuppfattningar och långvariga svårigheter inom subtraktion som följer med upp i åldrarna, men även de svårigheter som uppträder i de tidiga åldrarna (2.2.). Vidare beskrivs hur subtraktionsundervisningens didaktiska val kan påverka elevernas utveckling inom området (2.3.). Därefter presenteras hur styrdokumentet förhåller sig till området (2.4.). Avslutningsvis redogörs för den vetenskapliga teori studien grundas i (2.5.).

2.1. Subtraktionstecknets innebörd och betydelse vid introduktionen

Fayol och Thevenot (2012) har i sin studie synliggjort symbolernas betydelse vid en matematisk operation. Undersökningen visade att uträkningen på en uppgift gick enklare och snabbare när symbolen visades 150 ms före talen i operationen. Symboler kan därmed antas ha betydelse för att operationen ska kunna utföras på kortare tid vid lösning av matematiska beräkningar. Selter et al. (2011) och Baroody (1984a) hävdar att subtraktionstecknet förknippas, av både vuxna och barn, i många fall med att något ska tas bort i en operation, och att en minskning ska ske av det största talet i operationen. För att undvika svårigheter och förstå subtraktionstecknets fulla innebörd krävs det därför att eleverna även ges undervisning kring att subtraktion innebär att beräkna en skillnad mellan två storheter (Selter et al., 2011; Baroody, 1984a; Maclellan, 2007; Thompson & Hendrickson, 1986).

Redan när eleverna är små och inte medvetet använder matematiken kan de genomföra matematiska beräkningar. Det kan exempelvis vara när de räknar antalen vid en samling eller tillsammans tränar på att räkna uppåt för att befästa räkneramsan. Den omedvetna matematiken eleverna har tidigare kunskaper kring brukar oftast vara relaterat till att addera och inte till att subtrahera. Det kan påverka elevernas förståelse för subtraktionsundervisningen (Baroody, 1984a). Vid introduktionen av subtraktionsundervisningen kommer eleverna redan vara bekanta med matematikens funktion och inslag från informella erfarenheter. Flertalet elever kommer att visa på informella

kunskaper kring addition och subtraktion samt ha en uppfattning kring mängd i delar och helheter, vilka de skapat själva för att använda vid utförandet av enklare operationer och utsagor (MacLellan, 2007).

Det är också av stor vikt att undervisningen utvecklar elevernas förmåga i att kunna se och förstå det relationella perspektivet mellan olika räknesätt och metoder. Undervisningen behöver formas utifrån ett förebyggande perspektiv, där det relationella perspektivet bearbetas redan från start vid matematikundervisningen för att gynna elevernas utveckling i subtraktion (Nunes, Bryant, Hallett, Bell & Evans, 2009). Yngre elever saknar förmågan att kunna se relationen mellan olika räknesätt och deras respektive metoder och strategier, vilket leder till att eleverna behöver undervisning och kunskap inom området för att utveckling i deras matematiska tänkande ska ske (Nunes et al., 2009). Thompson och Hendrickson (1986) menar också att räknesättet subtraktion i problemlösningsuppgifter eller textuppgifter kan bli problematiskt eftersom vanligt förekommande matematiska begrepp inom subtraktionsuppgifter kan göra uppgiften svårtolkad för eleverna. De begrepp som kan göra uppgiften mer komplicerad är mindre än, fler än och färre än. Uppgiften ger därmed tolkningsutrymme för eleven, vilket innebär att vilken strategi eller metod de bör genomföra uppgiften med inte är självklar och svårigheter kan uppkomma (Thompson & Hendrickson 1986).

2.2. Tidigare kända svårigheter och missuppfattningar

Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) (2011) är en studie med syfte att mäta elevers kunskaper i årskurs 4, 8 och i andra året på gymnasiet och görs i ämnena matematik och naturvetenskap. Studien presenterar elevernas resultat för att resultaten ska kunna jämföras, utvärderas och analyseras både nationellt och internationellt. Mätningarna som gjordes år 2011 i årskurs 4 visade att prestationerna inom matematik var desamma relationsmässigt rent nationellt som i den tidigare TIMSS-mätningen. Internationellt visade studien att kunskaperna var lägre i årskurs 4 i jämförelse med genomsnittet för den internationella mätningen. Resultaten för årskurs 8 visade sämre resultat både internationellt och nationellt jämfört med tidigare mätningar. TIMSS (2011) lyfter också att intresset för det matematiska ämnet minskar mellan årskurs 4 till årskurs 8. Matematiska beräkningar inom subtraktion kräver att eleven använder någon form av metod för att lösa uppgiften. Det finns tre övergripande metoder, vilka benämns *ta bort*, *räkna upp* och *räkna ner*. De två sistnämnda utgör metoder för att beräkna en skillnad mellan subtrahend och minuend,

medan den förstnämnda innebär att subtrahenden ska minska minuenden (Selter, Prediger, Nührenbörger & Hußmann, 2011; Peltenburg, van den Heuvel-Panhuizen & Robitzsch, 2011; Torbeyns et al., 2009). I en subtraktionsuppgift är *minuend* det talet som står först, vilket sedan *subtrahenden* ska subtraheras ifrån. I exemplet $19 - 5$ är talet 19 minuend och talet 5 är subtrahend (Thompson & Martinsson, 1991). Metoden ta bort kan även benämnas *direkt subtraktion*, medan beräkna skillnaden kan benämnas med *indirekt subtraktion*, att räkna ner, eller *indirekt addition*, att räkna upp (Selter, Prediger, Nührenbörger & Hußmann, 2011; Peltenburg, van den Heuvel-Panhuizen & Robitzsch, 2011; Torbeyns et al., 2009).

Metoden för att ta bort faller sig ofta naturligare för eleverna att använda, medan att beräkna en skillnad kräver en djupare förståelse för den matematiska processen i uppgiften (Selter, Prediger, Nührenbörger & Hußmann, 2011). Torbeyns et al. (2009) beskriver i sin studie om olika strategier för de olika metoderna vid matematiska beräkningar inom subtraktion. Skillnaden kan till exempel beräknas genom att räkna hopp på tallinjen. Vid indirekt addition kan det ske genom att exempelvis addera 10 på subtrahenden och sedan addera den del av subtrahenden som saknas för att talen ska vara lika. Ett exempel är vid $19 - 5$. Beräkningen blir då $5 + 10 = 15$, och därefter $15 + 4 = 19$ vilket därmed blir $10 + 4$ och ger differensen, eller svaret, 14. Vid indirekt subtraktion subtraheras istället 10 från minuenden och sedan subtraheras den sista delen av minuenden för att talen ska bli lika. Vid samma exempel som ovan ser beräkningen av $19 - 5$ istället ut så här: $19 - 10 = 9$, och sedan $9 - 4 = 5$, och differensen blir återigen 14. En av svårigheterna som kan uppstå genom de olika metoderna i en operation där differensen är mycket stor, menar Selter et al. (2011), är att eleverna arbetar med strategier som kräver mycket huvudräkning, och där flera steg är nödvändiga för att lösa uppgiften. Det stora antalet steg strategin kräver kan komma att förhindra elevernas förståelse inom deras matematiska utveckling eftersom energin läggs på att hålla alla siffror i sifferminnet (Baroody, 1984b). En annan strategi för att beräkna skillnaden är att eleven ser skillnaden direkt, eller har en uppfattning om talens värde och kan ställa dem i relation till varandra för att avgöra skillnaden (Torbeyns et al., 2009).

En del elever blir låsta vid det utskrivna subtraktionstecknet. Det leder till att en subtraktionsuppgift där minuend och subtrahend ligger nära varandra, löser eleverna genom metoden ta bort, istället för att beräkna skillnaden med hjälp av indirekt addition eller indirekt subtraktion. De här eleverna motiverar ofta sina beräkningar med att en subtraktionsuppgift ska lösas med subtraktion och inte addition (Selter et al., 2011; Torbeyns, De Smedt, Stassens, Ghesquière, Verschaffel, 2009). Det är därför viktigt att eleverna kan hantera och använda både ta bort och beräkna skillnaden för

att bli mer flexibla i sitt aritmetiska tänkande. Genom att utveckla förståelsen för den omvända relationen mellan addition och subtraktion ges eleverna andra förutsättningar att skapa ett långsiktigt lärande i subtraktionen. Att beräkna skillnaden och att utveckla en matematisk förståelse för sambandet mellan addition och subtraktion är effektivt och gynnsamt för elevernas utveckling, men används sällan i undervisningen (Selter et al., 2011). Selter et al. (2011) menar därför att det borde bli ett stående inslag i subtraktionsundervisningen redan från årskurs 1 för att förebygga de svårigheter som ofta uppstår vid undervisning där förståelsen för strategin inte lyfts.

När det gäller växling vid standardalgoritmer (uppställning) av subtraktionsuppgifter vet eleverna ofta inte varför de växlar, utan de har bara fått lära sig att strategin är utformad genom en viss struktur. Selter et al. (2011) hävdar även att mindre än 20 % av eleverna har förståelse för strategins syfte och tillvägagångssätt. En möjlig orsak till att eleverna utvecklar svårigheter i subtraktionens standardalgoritmer kan vara att strategin inte undervisas i ett sammanhang, utan plockas ur sin kontext för att beskrivas och därmed riskerar att bli alltför abstrakt för eleverna (Selter et al., 2011).

I ett förebyggande arbete kring svårigheterna med subtraktion i matematikundervisningen är det viktigt att läraren kan synliggöra vilka metoder och strategier eleverna använder till sina lösningar. För att förebygga eller åtgärda svårigheter i subtraktionsundervisningen krävs det också att eleverna ges möjlighet till att beskriva eller synliggöra sina val för operationen eller uträkningen. Därför är det viktigt att undersöka vilka missuppfattningar som finns i högre årskurser för att kunna arbeta förebyggande (Baroody 1984b). Subtraktionsundervisningens innehåll ska också ge eleverna förutsättningar till att reflektera kring sina val av metoder och strategier vid sina uträkningar för att utveckla en förståelse och medvetenhet kring sitt val. Återkommande svårigheter är ett vanligt inslag vid introduktionen av subtraktionsundervisning. Det krävs därför att läraren synliggör vilka svårigheter som uppkommer och vilka styrkor eleverna har inom subtraktion för att därefter forma en undervisning som hjälper dem framåt i utvecklingen (Liedtke, 1982).

2.3. Didaktiska konsekvenser i subtraktionsundervisningen för de tidigare åldrarna

För att kunna utveckla en mer formell förståelse inom matematiken och subtraktionen krävs det att de informella kunskaperna, vilka eleverna har med sig från tidigare erfarenheter utanför skolan, får ligga till grund för fortsatt kunskapsutveckling på en mer avancerad nivå. Genom den grunden

ges eleverna möjligheter att utveckla hållbara metoder och strategier för att tillägna sig kunskaper på en mer abstrakt nivå (Baroody, 1984a; Maclellan, 2007). Vid utformningen av subtraktionsundervisningens introduktion behöver därför de berörda lärarna vara medvetna om att eleverna redan har tidigare erfarenheter och informella kunskaper inom ämnet. Lärarna behöver också veta hur de ska utgå ifrån de informella kunskaperna inom subtraktion för att bygga ett undervisningsinnehåll som gynnar elevernas kunskapsutveckling (Baroody, 1984a). Maclellan (2007) och Engvall (2013) beskriver i sina studier vikten av att undervisningen bör influeras av de elevnära händelserna och situationerna då matematik faller naturligt. De anser att eleverna ska ges möjlighet till att utforska och upptäcka subtraktionens funktion genom samtal, diskussioner och i arbetet med konkret material. Undervisningen måste vara uppbyggd och formad utifrån medvetenheten kring att det är de informella kunskaperna eleverna har enklast att förstå. Elever kommer sedan använda sina informella kunskaper fram tills att de har förstått sambandet mellan det informella och det formella inom subtraktion (Baroody 1984a; Baroody 1984b). Det abstrakta matematiska tänkandet utvecklas med fördel genom att planera undervisning där eleverna kan koppla de matematiska beräkningarna till verkligheten, för att sedan behandla dem mer formellt och abstrakt. Kopplingen mellan det formella och det informella synliggörs därmed och elevernas förståelse för strategierna och deras matematiska tänkande utvecklas (Maclellan, 2007).

Maclellan (2007) hävdar också att ett mer abstrakt tänkande i subtraktionsoperationer vid introduktionen ska stå i relation till verkligheten för att förståelsen av händelseförloppet i operationen ska utvecklas. Genom denna metod utvecklar eleverna en förståelse för de mer abstrakta kunskaperna inom subtraktion. Alla strategier kräver tid och förståelse för användandet för att eleverna ska kunna bedöma vilken strategi som passar bäst vid olika operationer/uppgifter. Undervisningen bör därför formas efter elevernas tidigare förståelse och deras matematiska utveckling för att kunna forma en god övergång och hållbara strategier för beräkningar med subtraktion. Det krävs att det avsätts mer undervisningstid på att upprepa och synliggöra syftet med strategierna och metoderna till uppgifterna för att kvalitet och hållbara kunskaper ska kunna formas (Flores, 2009; Liedtke, 1982; Thompson & Hendrickson, 1986). Liedtke (1982) menar att lärarens uppgift i undervisningen för subtraktion även är att ställa följdfrågor och be eleverna att utveckla deras tankar kring hur de löst uppgiften. Genom att be eleverna att behandla sin egen tankegång och process till lösningen krävs det att de har en förståelse och gjort ett aktivt val av metod och strategi i uträkningen. Engvall (2013) anser att laborativt material kan möjliggöra en djupare kunskapsutveckling med ökad förståelse, men det krävs också att det används i rätt syfte för att det inte ska bli överflödigt. Det konkreta materialet ska vara välplanerat och ingå i undervisningens innehåll för att det ska fungera

som ett positivt hjälpmedel. Thompson och Hendrickson (1986) och Liedtke (1982) hävdar att det laborativa och konkreta materialet kan öka elevernas förutsättningar till att synliggöra uppgiftens olika delar och kunna experimentera sig fram med lösningen. Chang (1985) lyfter att svårigheterna uppstår när eleverna inte ges möjlighet till att skapa förståelse för de matematiska handlingarna de gör vid lösningar av operationer. De matematiska beräkningarna eleverna gör kräver att de har förståelse för metodernas och strategiernas regler och funktionen av strategin för att kunna utveckla det matematiska tänkandet ur ett mer abstrakt perspektiv.

2.4. Styrdokumentet

Skolverket (2011b) beskriver vikten av att arbeta ur ett progressionsperspektiv där lärarna strävar mot gemensamma mål genom hela grundskolan, vilket ger eleverna goda förutsättningar för fortsatt kunskapsutveckling i de kommande skolåren. Skolan ska hjälpa eleverna att utvecklas och erfara den tillfredställelse som utvecklas genom att övervinna svårigheter och göra framsteg. Undervisningens innehåll och arbetssätt ska vara varierande för att eleverna ska utveckla tillit till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang (Skolverket, 2011a, 2011b). Eleverna ska även ges möjligheter till att träna på matematikens olika uttrycksformer och utveckla en förtrogenhet med grundläggande matematiska begrepp och metoder samt deras användbarhet. Den varierade undervisningen möjliggör för eleverna att utveckla förmågor och kunskaper genom bland annat samtal, diskussion, argumentation, reflektion och beräkningar (Skolverket, 2011b).

Eleverna ska genom undervisningen i matematik ges möjlighet att utveckla hållbara strategier och kunskaper kring de fyra räknesätten inom algebran. De ska även utveckla grundläggande kunskaper kring naturliga tal samt kunna beskriva talens inbördes relation och dela upp dem. Matematikundervisningen ska hjälpa eleverna att upptäcka metodernas och strategiernas användbarhet utifrån olika situationer samt att kunna reflektera över resultatet genom att värdera valda metoder, strategier och modeller (Skolverket, 2011a, 2011b). Skolverksamheten har en skyldighet att kunna möta varje elev med sina individuella behov utifrån elevens egna förutsättningar och erfarenheter genom individuella anpassningar. Anpassningarna ska hjälpa eleven att nå sin fulla potential och kunskapsutveckling inom alla områden (Skolverket, 2011b).

2.5. Vetenskaplig teori

Studien är en empirisk undersökning med en fenomenologisk forskningsinriktning byggd på kvalitativa intervjuer. Valet av det vetenskapliga perspektivet grundas på att elevernas erfarenheter och kunskaper kring subtraktionstecknet uppstår i ett sammanhang, där matematiska kunskaper och utmaningar övas och provas dagligen i olika sammanhang.

Fenomenologin är utvecklad från Husserls filosofi kring medvetandet om fenomen och hur vi relaterar subjektiva fenomen till omvärlden samt kroppsliga faktorer och företeelser. Husserls filosofi lyfter människans tankar ur olika sammanhang som fenomen, och det människan endast kan veta med säkerhet är det han/hon direkt upplever i livet. Fenomenologins teoretiska ansats är därför att synliggöra hur en människa erfar och kan yttra sig om ett eller flera objekt (Wallén, 1996). I den här studien är objektet subtraktionstecknet, subjektet är eleverna och det som studeras är elevernas erfarenheter av subtraktionstecknet. Fenomenet blir därmed de erfarenheter som framträder när eleverna beskriver och visar sina erfarenheter av objektet.

Enligt Husserl ska de egna tankarna och idéerna kring fenomenet läggas åt sidan för att skilja på den vetenskapliga förklaringen av objektet och egna förutfattade meningar och tankar och därmed komma åt essansen i objektet, vilket benämns epoché (Bjurwill, 1995; Stensmo, 2002). Heideggers fenomenologi är en utveckling av Husserls, och ligger närmare hermeneutiken. Han menar att det inte går att koppla bort de egna tankarna kring ett objekt och att det alltid kommer finnas anledning för tolkning, eftersom människan och världen är sammankopplade. Den här varianten kallas livsvärldsfenomenologi, vilket innebär att människan varseblir världen och skapar uppfattningar kring olika objekt genom den levda kroppen (Bjurwill, 1995; Segolsson, 2006; Stensmo, 2002). Det är livsvärldsfenomenologi som är den här studiens vetenskapliga grund.

Fenomenologin beskriver på teoretisk grund människans olika erfarenheter kring ett objekt som synliggörs och framträder i olika kontexter. Ansatsen och synsättet hjälper oss att synliggöra människors uppfattning och erfarenheter av objektet i olika sammanhang, vilket utgör fenomenet mellan objektet och subjektet (Stensmo, 2002). Stensmo (2002) beskriver att fenomenologisk forskningsfokus riktas mot innehållet av människors uppfattningar som kommer till uttryck genom språket, bilder och tankar. Eftersom varje människas uppfattning är unik, ska generaliseringar och kategoriseringar av ett fenomenologiskt insamlat material göras med försiktighet. Däremot kan uppfattningar av människor med liknande bakgrunder och erfarenheter i större utsträckning förstå

varandra, eftersom de har enklare att leva sig in i varandras upplevelser. Därmed går deras uppfattningar också i större utsträckning att generalisera.

Genom den här studien kommer nio elevers uppfattningar kring objektet subtraktionstecknets innebörd synliggöras, där eleverna är subjekten. Fenomenet som ska synliggöras är hur eleverna erfar och använder subtraktionstecknet genom undersökningen. I livsvärldsfenomenologin är det erfarenheterna subjekten uttrycker som är det intressanta att studera (Wallén, 1996). För att människan ska kunna bilda sig erfarenheter kring ett objekt krävs det att människans medvetande är riktat mot någonting, vilket kallas intentionalitet (Barbosa da Silva & Wahlberg, 1994, s. 62). Bjurwill (1995) lyfter att intentionaliteten inte bara innebär att det är fenomenet som visar sig för subjektet, utan att subjektet även tar till sig av och öppnar upp för fenomenet. För att fenomenet ska kunna synliggöras behöver subjektet sätta ord på hur han/hon erfar objektet. Relationen mellan objektet, vilket i det här fallet är subtraktionstecknet, och fenomenet, vilket är hur eleverna erfar objektet, kan variera beroende på elevernas erfarenheter. Objektets innebörd är dock statiskt. Ett subtraktionstecken är alltid ett subtraktionstecken. Det är istället subjektens olika erfarenheter som ger en variation i fenomenet, och är det intressanta att undersöka. Beroende på vad subjektet har för tidigare erfarenheter och upplevelser kring subtraktionstecknet, kommer deras erfarenheter till olika uttryck. Fenomenet blir då att hitta vad som är gemensamt och vad som skiljer sig åt i deras olika erfarenheter.

3. Syfte och frågeställningar

3.1. Syfte

Syftet med studien är att undersöka hur nio elever i årskurs 5 erfar subtraktionstecknet. Studien kommer också presentera och synliggöra elevernas olika uppfattningar och svårigheter kring subtraktionstecknet.

3.2. Frågeställningar

- Hur beskriver eleverna subtraktionstecknet?
- Hur använder eleverna subtraktionstecknet?
- Vilka olika uppfattningar och svårigheter kan identifieras bland eleverna?

4. Metod

Metodkapitlet redogör för hur studiens undersökning har genomförts under processens gång. Studiens syfte var att undersöka hur nio elever från årskurs 5 använder och förstår subtraktionstecknet. Eftersom undersökningen behandlar elever kräver det därför att studien utgår ifrån goda forskningsetiska ställningstaganden för att säkerställa att berörda elever behandlas korrekt i arbetet, vilket presenteras i första avsnittet (4.1.). För att undersökningen ska ges goda förutsättningar till att kunna presentera ett gott resultat där syftets frågeställningar kan besvaras har urvalskriterier för eleverna formulerats (4.2.). Vidare i metodkapitlet beskrivs aktiva val av tillvägagångssätt som gjorts under undersökningens för att säkerställa att undersökningen är tillförlitlig (4.3.). Avslutningsvis följer ett avsnitt där analysen kring det insamlade materialet kommer att belysas (4.4.).

4.1. Forskningsetiska ställningstaganden

Undersökningen har formats efter några forskningsetiska ställningstaganden att ta hänsyn till. Stensmo (2002) lyfter vikten av forskarens ställningstagande till de etiska frågorna vid forskning kring barn. De etiska ställningstagandena var nödvändiga för att undersökningen skulle ske under rättvisa och respektfyllda förhållanden gentemot berörda deltagare i studien. Wallén (1996) beskriver det etiska förhållningssättet i relation till hur forskning och agerande bör handla i olika situationer.

I den svenska forskningen kring utbildningsvetenskap finns det fyra etiska principer att ta ställning till. Det första är *informationskravet*. Det innebär att undersökningens intervjuade elever har informeras kring studiens syfte och de olika moment intervjun innehåller. De berörda eleverna har därmed blivit informerade kring hur intervjun kommer att genomföras och att deras medverkande var frivilligt och att de med all rätt kunde avbryta sitt deltagande. Det andra är kravet om *samttycke*, vilket innebär att de deltagande själva fick bestämma om de ville delta. Eleverna i den här studien var minderåriga, vilket även krävde ett godkännande av vårdnadshavare innan undersökningen kunde genomföras. Det tredje är *konfidentialitetskravet*. Det kan beskrivas genom att de deltagande i intervjun inte ska kunna identifieras och att undersökningen ska behandla materialet av de berörda med säkerhet för största möjliga konfidentialitet (Bryman, 2008; Stensmo, 2002). Studiens respondenter är därför inte benämnda med sina riktiga namn vid intervjun och transkriberingen, utan har istället

fått en siffra som de refereras till. Materialet som rörde studien och de berörda eleverna i undersökningen kommer att förvaras inlåst för att säkerställa att materialet inte finns tillgängligt för någon annan än mig som författare. Det fjärde kravet Bryman (2008) och Stensmo (2002) lyfter är *nyttjandekravet*, vilket innebär att undersökningens material som samlats in inte kommer att användas i något annat syfte än vad eleverna samt vårdnadshavarna har gett godkännande för.

4.2. Urval

Studien har undersökt hur nio elever i årskurs 5 förstår och använder subtraktionstecknet. De utvalda eleverna har som grupp uppfyllt ett antal kriterier för att undersökningsmaterialet skulle ha ett innehåll som är tillförlitligt. Kriterierna var att *eleverna ska gå på olika skolor* och att *högst två elever ur varje klass deltar*. Därefter skulle de enskilda eleverna uppfylla följande urvalskriterier: *eleven ska gå i årskurs 5* och *eleven ska kunna uttrycka sina tankar muntligt*. Vid urvalet av elever gavs den aktuella klassläraren ansvaret att, i samråd med mig, välja ut lämpliga elever, vilka uppfyllde urvalskriterierna för undersökningen. Genom de utvalda eleverna skulle svårigheter kring subtraktion synliggöras, vilka kan behöva förebyggas redan i de tidigare årskurserna.

Anledningen till att eleverna skulle gå på olika skolor var att det insamlade materialet skulle ha en större variation. Om alla elever hade gått på samma skola hade risken varit större för ett smalare resultat eftersom de fått samma undervisning kring subtraktion. Därför valdes enbart två elever från varje klass på tre olika skolor. Undersökningen gavs därmed en högre tillförlitlighet (Bryman, 2008). De tre utvalda skolorna är placerade i samma kommun och jag har haft kontakt med rektor och personal på de utvalda skolorna tidigare i samband med min utbildning. Jag har därför utgått ifrån ett bekvämlighetsurval vid valet av vilka skolor som skulle delta i studien. Eftersom en del av studiens syfte var att synliggöra svårigheter och missuppfattningar som kan följa med upp i åldrarna, valdes elever i årskurs 5 ut för intervju. Genom undersökningen av de här elevernas svårigheter och missuppfattningar kan slutsatser dras kring hur det förebyggande arbetet inom de tidiga åldrarna bör vara en del i undervisningen. En annan anledning till att elever från årskurs 5 valdes ut var att eleverna utvalda till intervju behövde ha en god förmåga att kunna uttrycka sina tankar och kommunicera sina erfarenheter av subtraktion och subtraktionstecknet.

4.3. Genomförandet av kvalitativa intervjuer

Studiens innehåll och resultat formades efter en kvalitativ undersökning och materialet till studien samlades in under nio intervjutillfällen. Intervjuerna var av semistrukturerad karaktär, med ett antal förberedda frågor och uppgifter, vilka eleverna fick lösa och förklara vid respektive intervjutillfälle. Utformningen av intervjufrågorna och uppgifterna prövades och analyserades efter en genomförd pilotintervju. Syftet med pilotintervjun var att synliggöra eventuella bister och ohållbarheter för att uppnå god kvalitet inför kommande intervjuer till datainsamlingen. Intervjuerna blev inspelade för att undvika förlust av information, vilken kunde vara relevant för studiens resultat. Inspelningens funktion var att ge eleverna möjlighet att skapa ett samtal med mig som intervjuar, istället för att störas av anteckningstagandet (Bryman, 2008).

Inför intervjuerna gjordes ett intervjumanus (se bilaga 3) med förberedda frågor i olika svårighetsgrader, som ställdes under intervjuerna. Varje fråga hade även förslag på följdfrågor som kunde bli aktuella. Under intervjuerna ställdes även andra frågor och följdfrågor som var relevanta för att få ett fullgott datamaterial. Även ett formulär med uppgifter (se bilaga 2) som eleverna fick lösa under intervjun förbereddes för att eleverna skulle ges ett kontextbundet sammanhang att berätta om sina erfarenheter och förklara sina kunskaper kring subtraktionstecknet. Ett exempel på en uppgift var $188 - 176$. Till den uppgiften ställdes följande frågor: *hur skulle du lösa den här uppgiften?, finns det någon given strategi eller metod för hur du ska lösa uppgiften, i så fall vilken?, visa och kan uppgiften lösas genom flera olika strategier och metoder för att komma fram till samma lösning eller differens?* Intervjuerna var mellan 20 och 40 minuter långa, men även om variationen var stor i tid fanns det relevant material i alla genomförda intervjuer, vilket även Bryman (2008) belyser. Flertalet av eleverna var spända och nervösa inför intervjun, men för de flesta släppte det en bit in i samtalet. Alla elever kände sig stolta över sin medverkan när intervjun var avslutad.

Inför analysen av materialinsamlingen för studien transkriberades samtliga intervjuer. Transkriberingarna gjordes strax efter genomförd intervju för att undvika missuppfattningar och för att kunna reflektera och relatera till de individuella intervjutillfällena (Wallén, 1996). Eftersom transkriberingen gjordes kort efter genomförd intervju möjliggjordes att iakttagelser kunde relateras till respektive intervju för ett sakligt beskrivande i hur eleverna använder subtraktionstecknet. Vid transkriberingen valdes speciella avgränsningar som var relevanta för analys av material. Exempel på en avgränsning som gjordes var att utesluta de samtal som inte rörde studiens syfte, och som inte

kunde användas för att besvara frågeställningarna. Genomförandet av transkriberingen synliggjorde också att en av uppgiftsfrågorna var för svår för eleverna, och därför delvis inte besvarad. Enbart två av de nio eleverna kunde besvara frågan fullt ut. Om frågan inte kunde besvaras gavs en genomgång på hur frågan skulle lösas, och förklaringen exkluderades vid transkriberingen då den inte var relevant för studiens syfte eller frågeställningar.

4.4. Analys av datamaterial

Undersökningens datamaterial har analyserats genom kodning utifrån teman kopplade till frågeställningarna som har visat sig under materialinsamlingen, transkriberingen och analysen. De olika teman som synliggjorts under analysen, har sedan bildat underrubriker i resultatkapitlet. Temana har sedan bearbetats genom en ytterligare analys för en djupare förståelse med hjälp av tankekartor. Kodningen som utgjorde de olika teman studiens resultat presenterar bearbetades ur ett detaljperspektiv där delar och helheter hörde samman, vilket utgjorde ett sammanhang (Svenning, 2003; Wallén, 1996). Studiens datamaterial har därför bearbetas ur ett tematiskt perspektiv där analysen bearbetas genom kodning och olika teman för det insamlade datamaterialet (Bryman, 2008). Först har det insamlade datamaterialet genomgått en öppen kodning där de stora slutsatserna framkommit och bearbetats (Stensmo, 2002; Wallén, 1996). Den första delen av analysen gjordes i samband med att transkriberingarna skrevs för att det insamlade datamaterialet skulle ha behandlats under flertalet tillfällen, och därmed hade större chans till att finna övergripande teman (Bryman, 2008). I samband med transkriberingen togs även de iakttagelser vilka gjorts under respektive intervju i beaktning, för att säkerställa att sammanhanget blev korrekt. För att kunna göra en ingående analys på detaljnivå av studiens datamaterial har djupanalyser genomförts, där de olika teman som framgått ställts i relation till varandra. Det gjordes för att synliggöra övergripande samband inom det insamlade datamaterialet. Viktigt att presentera är att studiens insamlade datamaterial har granskats kritiskt för att resultatet ska vara tillförlitligt, vilket även Bryman (2008) beskriver som en viktig del i analysprocessen.

5. Resultat

Kapitlet kommer att redogöra för resultatet av analysen kring det insamlade materialet utifrån teman, vilka synliggjordes vid bearbetningen av datamaterialet. Följande kommer resultatet från undersökningen att bearbetas ur flera perspektiv i relation till studiens syfte och frågeställningar för att synliggöra elevernas olika erfarenheter av subtraktionstecknet. Svårigheterna relateras sedan till subtraktionsundervisningen i de tidigare åldrarna i ett förebyggande syfte för att undvika att eventuella svårigheter ska uppstå. Några av elevernas olika tankar och förklaringar är citerade ur transkriberingsmaterialet, där en språklig justering av citaten har gjorts för att budskapet ska bli tydligare. Där ord är utelämnade är det markerat med hakparenteser och tre punkter, [...]. De citat som behövde en tydligare förklaring för att innehållet skulle framgå har förtydligats av mig med hjälp av rundparenteser (...). Eftersom eleverna är avidentifierade hänvisas citaten till ett tilldelat nummer istället för namn, till exempel Elev 1. Under analysen har kategorier och teman formats för att innehållet tydligt ska framgå i resultatet, där de skapar en tydlig struktur i kapitlet, i enlighet med vad Bryman (2008), Larsson (1994) och Svenning (2003) skriver.

Under följande avsnitt kommer elevernas beskrivningar av subtraktionstecknet att behandlas där elevernas egna ord och tankar kommer presenteras (5.1.). För att sedan synliggöra elevernas faktiska användande av tecknet och tecknets funktion under intervjuerna, kommer efterföljande avsnitt behandla resultatet av iakttagelserna under intervjuerna som ett komplement till elevernas olika beskrivningar (5.2.). Vidare beskrivs de missuppfattningar och svårigheter eleverna påvisade i sitt användande av subtraktionstecknet (5.3.). Avslutningsvis presenteras elevernas egna förslag på hur arbetet kring subtraktion kan introduceras för att förebygga svårigheter (5.4.).

5.1. Elevernas beskrivningar av subtraktionstecknet

Genom datamaterialet framkom två teman kring elevernas olika erfarenheter av subtraktionstecknet, den de själva beskrivit och den som synliggjorts under intervjun genom iakttagelser. Avsnittet kommer inledningsvis att belysa elevernas beskrivningar av subtraktionstecknets innebörd (5.1.1.). Därefter följer elevernas verbala förklaringar till hur de valt metoder och strategier vid lösningarna av subtraktionsuppgifterna (5.1.2.).

5.1.1. Subtraktionstecknets innebörd för de olika eleverna

Eleverna tilldelades ett häfte med uppgifter som vi tillsammans arbetade med för att skapa ett kontextbundet sammanhang, där vi diskuterade deras tankar och förståelse vid användandet av subtraktionstecknet. Samtliga elever förklarade att det var ett subtraktionstecken, eller tecknet för minus. Anledningen till att begreppet minus användes var, utifrån elevernas egna motiveringar, att det var ett enklare ord att använda i diskussioner kring matematiska uppgifter inom subtraktion. Elevernas beskrivningar av hur de använde tecknet gjordes vid uppgifter där ett tal skulle minskas eller tas bort ifrån ett annat. De förklarade att det som blev kvar efter att de tagit bort ett tal från ett annat blev svaret på uppgiften. En elev beskrev också subtraktionstecknets innebörd som att något raderades succesivt och där tal, siffror och ting raderades stegvis för att underlätta processen i uträkningen. Alla nio elever beskrev tecknets funktion genom att de minskade eller tog bort något från det största talet för att kunna lösa uppgiften.

[...] för det stora kan man ju inte ta bort från det minsta för då blir det ju ingenting kvar.
(Elev 5)

Subtraktionstecknet innebar att det största talet i uppgiften skulle bli mindre genom uträkningen. Motiveringen till deras kunskaper om tecknet och tecknets funktion, var att de hade lärt sig innebörden av det genom att de hade arbetat mycket med tecknet i skolan genom olika konstellationer och uppgiftssammanhang.

Eleverna beskrev också att det var uppgiften eller talen som stod tillsammans med subtraktionstecknet som utgjorde sammanhanget vid användandet av det matematiska tecknet för subtraktion.

[...] då förstår man ju vad man ska göra. Det där tecknet skulle ju kunnat vara något annat.
(Elev 5)

[...] för det finns ju sånt här streck som finns i svenska och det här med. (Elev 8)

Tecknet ansågs, enligt eleverna, vara tydligare om det stod tillsammans med två tal eftersom tecknet därmed visade hur de skulle behandla uppgiften och arbeta med symbolen. Eleverna blev också tillfrågade om de brukade reflektera över, eller sätta tecknet i ett sammanhang, för att bilda en förståelse för uppgiftens innebörd. Svaren eleverna gav var att de endast reflekterade över de siffror som behandlades i uppgiften eller som skulle formas genom uppgiften. Därför ställdes en följdfråga där varje elev uppmanades att motivera sitt svar. Eleverna hade delade åsikter, men flertalet elever

nämnde svårigheten kring att reflektera över, och sätta större tal i en subtraktionsuppgift i ett mer kontextbundet sammanhang. Det gick därför enklare och snabbare att enbart fokusera på siffrorna uppgiften behandlade. I citatet nedan presenteras hur en av de nio eleverna beskriver sina tankar kring olika uppgifters kontextbundna sammanhang, och varför eleven ibland väljer att inte använda sig av det.

Isabell: Okej, men tänker du på något speciellt för att uppgiften ska bli enklare eller för att du ska förstå den bättre, eller tänker du inte på något alls utan bara siffror?

Elev 1: Nej.

Isabell: Du tänker inte att det kan vara något material eller antal av något eller så?

Elev 1: Nej, eller kanske ibland typ äpplen eller så.

Isabell: Äpplen, okej. Antal alltså, eller kanske godis, eller kan det vara så att det blir enklare då eller hur tänker du?

Elev 1: Nej, det blir ju enklare då för att man har något att tänka på i huvudet. Man har typ någon bild och så.

Isabell: Okej, och det har man kanske inte när man gör uppställning och så menar du? Varför tror du att det känns bra att ha en tanke eller tänka på något när man göra såna här uppgifter, och inte när man gör uppställningar tror du?

Elev 1: Ehm, jag vet inte. Men när det är uppställning brukar det vara mest höga tal och då gör man bara som man gör i uppställning, men i den här uppgiften kan man tänka på det.

Annars så hade det ju blivit en väldans massa äpplen.

Isabell: Ja, det är ju inte lätt att tänka och hålla reda på nästan 600 stycken äpplen, det är klart.

Elev 1: Haha, nej.

5.1.2. Elevernas olika motiveringar till valda metoder och strategier

Ungefär hälften av eleverna ansåg att addition kunde användas i uppgifter med subtraktionstecken. Elevernas motiveringar var att de kände sig säkrare i att beräkna uppgifterna genom addition än genom subtraktion om talen var relativt nära varandra. De förklarade att om differensen är från ungefär 30 och över var det inte lämpligt att använda addition. Resterande elever ansåg att addition inte borde användas i subtraktionsuppgifter för att det kunde försvåra beräkningen. Tre av eleverna som inte föredrog att använda addition i subtraktionsuppgifter, beskrev det som att det var fel att använda ett annat räknesätt i uppgifter som skulle beräknas med subtraktion.

De uppgifter som inkluderade högre tal, valde alla elever att beräkna genom standardalgoritm, även kallat uppställning av eleverna. Eleverna beskrev standardalgoritmens funktion som tydlig och metodiskt vid beräkningar av högre tal. Genom standardalgoritmen kunde eleverna stegvis se talens värde och position, och samtliga elever beskrev strategin som säker och tillförlitlig i jämförelse med

andra strategier eller metoder som kunde varit lämpliga. Motiveringen till att standardalgoritmen gav dem en korrekt differens, var att det var svårt att göra fel om de hade kunskaper kring hur de skulle utföra strategin. Tre elever förklarade också att respektive lärare kunde synliggöra var felet begåtts i uträkningen i jämförelse med exempelvis huvudräkning. När eleverna tillfrågades om de kunde se om fel har begåtts i användningen av strategin för standardalgoritm, gav samtliga elever mig svaret att det var en säker strategi att använda om de kunde alla steg, eftersom strategin används stegvis för att beräkna en uppgift.

Uppgiftsformuläret hade en räknehändelse vilken skulle omformuleras till det matematiska uttrycket i siffor för uppgiften. Frågan löd följande:

Stig har nitton gröna kulor och ger fyra till Lovis. Skriv ett matematiskt uttryck för räknehändelsen.

Samtliga elever omformulerade meningen genom en upprepning för att förtydliga hur innehållet skulle behandlas. Vid omformuleringen lade de till ordet *bort* efter ordet *ger* i meningen ovan. När eleverna upprepade meningen högt löd meningen istället:

Stig har nitton gröna kulor och ger bort fyra till Lovis. Skriv ett matematiskt uttryck för räknehändelsen.

Eleverna tillfrågades hur de kom fram till valet av räknesätt och beskrev meningen som att Stig ger *bort* något. De drog då parallellerna till att något minskas, tas bort eller raderas från Stigs kulor. När eleverna ombads ge tydligare förklaringar kring hur de valde räknesätt gav flertalet elever ett exempel som innebar ett utbyte från ordet *ger* till *får*. Bytet innebar att orden som signalerade räknehändelsens matematiska uttryck då var förändrat till addition.

Isabell: Hur vet du att det är minus du ska använda i den här uppgiften?

Elev 5: För att han ger bort. Han tar bort fyra kulor från sina så då blir det minus. Om det hade varit plus så skulle det ju varit att han fick fyra kulor, inte gav bort.

5.2. Elevernas olika användning av subtraktionstecknet

Vid intervjutillfällena uttryckte eleverna sina olika erfarenheter och tankar kring subtraktionstecknet, men genom räknehäftet gavs också möjligheten att synliggöra hur eleverna använde tecknet i kontextbundna sammanhang. Avsnittet kommer att belysa vad analysen av materialet för studiens resultat har synliggjort kring elevernas användande, som ett komplement till elevernas egna beskrivningar av subtraktionstecknet (5.2.1.). Det görs för att säkerställa att informationen eleverna

gav genom beskrivningarna sätts i ett korrekt sammanhang där användandet och deras egen förståelse samspelar med varandra. Vidare i avsnittet redogörs för hur eleverna upplever sambandet mellan addition och subtraktion (5.2.2.).

5.2.1. Metoder och strategier eleverna använder vid subtraktion

Undersökningen påvisade att flertalet metoder och strategier användes i arbetet med matematiska beräkningar som behandlade subtraktionstecknet. Samtliga elever använde sig av direkt subtraktion, och ansåg också att tecknets funktion och innebörd var att något skulle tas bort från ett tal i en uppgift. Flertalet elever nämnde också att det inte var helt korrekt att använda indirekt addition i matematiska uppgifter med ett subtraktionstecken. Dock använde åtta av nio elever sig utav metoden där skillnaden beräknades genom metoden för indirekt addition. Efter att ha löst uppgiften $18 - 9$ (se bilaga 2) blev eleverna uppmanade att komma på fler metoder och strategier för att lösa uppgiften. Eleverna kom fram till flertalet olika lösningar och kunde beräkna uppgiften genom de fyra räknesätten: subtraktion, addition, multiplikation och division. En av motiveringarna eleverna lyfte fram till det stora antalet strategier uppgiften kunde lösas genom, var att de kunde dubbelt och hälften av ett tal, det vill säga att de visste vad hälften av 18 var och tvärtom.

... $9 + 9$ blir 18 och då tar jag bort 9 eftersom det står $18 - 9$. (Elev 5)

Vid intervjuerna kunde det synliggöras att en elev även hade förmågan att använda både indirekt addition och indirekt subtraktion för att lösa uppgiften $188 - 176$. Förmågan att kunna hantera och använda både indirekt subtraktion och indirekt addition synliggjordes också i iakttagelserna vid intervjuerna. Eleven som använde båda metoderna beskrev och synliggjorde att högre tal, som inte kunde lösas genom strategin för huvudräkning, valdes att lösas genom direkt subtraktion i strategin för standardalgoritm. Under intervjuerna diskuterades uppgiften $188 - 176$ (se bilaga 2) där flertalet elever valde att lösa den genom strategin för standardalgoritm. Vid diskussionerna framkom dock att de här eleverna inte reflekterat över att talens värde var relativt nära varandra. De beskrev därefter att uppgiften enklare kunde ha lösts genom att beräkna skillnaden med metoden för indirekt addition. Eleverna ansåg att det kunde vara en snabbare strategi eftersom den inte krävde en standardalgoritm. En elev i undersökningen var fast besluten att endast använda metoden direkt subtraktion genom hela räknehäftet under intervjun. Metoden kombinerades sedan med flertalet strategier för att beräkna uppgifterna, bland annat huvudräkning, räkna talsorterna för sig och standardalgoritm.

5.2.2. Sambandet mellan addition och subtraktion

Det matematiska sambandet som finns mellan addition och subtraktion visade eleverna tydligt att de använde i sina beräkningar. Dock var det inte alla elever som ansåg att det var helt korrekt att använda räknesättet addition i uppgifter med subtraktion. Trots att några elever ansåg att det inte var helt korrekt att använda addition i subtraktionsuppgifter, synliggjordes det under intervjun att alla utom en elev aktivt använde addition i lösningarna genom metoden för indirekt addition. När eleverna sedan blev tillfrågade om de kunde använda addition i uppgifter med subtraktion blev svaret tvekande och de antydde att det kanske inte skulle skrivas ut. Under intervjun iaktogs också att de elever som aktivt använde indirekt addition eller indirekt subtraktion hade enklare att kunna analysera uppgiften och välja en passande strategi för lösningen.

Om man inte känner sig säker så kan man ju vända på det som är i uppgiften, och använda addition istället för subtraktion, och tvärtom, för att blir säker. (Elev 1)

Genom iakttagelserna under intervjuerna synliggjordes att eleverna kunde göra en uppskattning kring om uppgiften var lämplig att beräkna genom huvudräkning, eller om den borde lösas genom standardalgoritm. I strategin för huvudräkning inkluderade alla elever utom en indirekt addition i lösningen. De såg sambandet mellan talen, men även räknesätten. Åtta elever ansåg att räknesätten addition och subtraktion hade ett samband, men de hade svårt att förklara hur sambandet såg ut. En elev beskrev det som att räknesätten, tillsammans med de olika talen, fungerade bra för att talkamraterna kunde användas vid lösningarna. Förklaringen beskrevs i samband med att eleven berättade om sin huvudräkning där addition användes.

5.3. Uppvisade svårigheter och missuppfattningar bland de olika eleverna

Analysen av datainsamlingen visade på upprepade missuppfattningar och svårigheter bland de intervjuade eleverna som deltog i studien. Följande avsnitt kommer därför att presentera elevernas olika beskrivningar kring vad de ansåg var svårt i subtraktionen (5.3.1.). Nästkommande avsnitt beskriver också elevernas svårigheter utifrån vad som framkom i iakttagelserna under intervjuerna (5.3.2.). Avslutningsvis återfinns en sammanställning av de missuppfattningar och svårigheter som presenterats i studien (5.3.3.).

5.3.1. Elevernas beskrivningar av svårigheterna och missuppfattningarna

Alla elever beskrev räknesättet subtraktion som svårare än addition och förklarade att de kände sig säkrare i användandet av addition än subtraktion. Flertalet elever beskrev också subtraktionstecknets funktion som att något skulle tas bort och minskas succesivt. En vanlig motivering eleverna gav var att det var svårt att komma ihåg alla steg de gjort i uträkningen, framförallt när den gjorts genom huvudräkning och vid större tal, eftersom fler steg krävdes i uträkningen. Genom observationerna och diskussionerna under intervjuerna synliggjordes också elevernas olika tankar kring varför det var svårt och när det blev svårt. Om talet var över 50 och krävde en växling blev talet svårt för eleverna, eftersom de inte ansåg att talet var tillräckligt stort att ställa upp, men för stort att beräkna genom huvudräkning. Tre elever beskrev då att de ibland gjorde standardalgoritm i huvudet för att lösa tal kring den ”magiska gränsen”. standardalgoritmen gav eleverna en metodisk uppfattning av hur de skulle agera och behandla uppgiften.

Isabell: Varför tror du att det är enklare att använda uppställning på tal som man har lite svårare för då?

Elev 2: [...] då har man ju det uppskrivet. Och då, eller man tänker ju lika mycket, men man behöver inte hålla koll på lika mycket i hjärnan. För att jag kan inte, alltså jag kan ibland köra uppställning i hjärnan, men det är jättejobbigt, så det liksom. Man håller koll lite bättre då än i huvudräkning. För att i huvudräkning är det lättare att tappa bort talen och sånt.

Strukturen och reglerna standardalgoritmen innefattade synliggjorde också att flertalet elever inte reflekterade kring talen i uppgiften eller lösningen till differensen. Något som synliggjordes genom undersökningen var just att eleverna inte reflekterade över sina handlingar och valen de gjorde vid lösningarna av uppgifterna. De beskrev framförallt att standardalgoritm var svårt att misslyckas med om de utförde strategin som de hade lärt sig. Om fel har begåtts var det också svårt för eleverna att se var i uträkningen det blev fel. En elev sa att det endast gick att se om det fanns facit till uppgiften.

Ytterligare en aspekt som bör belysas är att flertalet elever beskrev att subtraktion innebar att ta bort eller minska från det större talet i uppgiften. Vid beskrivningarna och diskussionerna synliggjordes att flertalet elever valde att placera det större talet först, för att det annars inte fanns tillräckligt att ta ifrån, och annars kunde uppgiften inte lösas. Svårigheten blev då att eleverna visade tecken på att växlingsmomentet var kritiskt, eftersom det var naturligt för eleverna att ta den siffran i respektive talsort vilken var störst att subtrahera från. Det ledde till att eleverna flertalet gånger

fick räkna om uppgiften och upprepa proceduren för att komma fram lösningen, för att tydligt se var felet har begåtts i uträkningen.

5.3.2. Elevernas uppvisande av svårigheterna och missuppfattningarna

Eleven som endast ville använda sig utav metoden direkt subtraktion visade återkommande svårigheter vid sina lösningar. Kombinationen av metoden direkt subtraktion och strategin för att räkna talsorterna var för sig, gav indikationerna att strategin krävde att eleven adderade de olika talsorterna i uträkningen för att kunna lösa uppgiften korrekt. I uppgiften $188 - 176$ beskrevs och observerades elevens val av strategin talsortsräkning noga. I citatet nedan framgår hur eleven gör allt för att inte behöva använda addition i subtraktionsuppgiften.

Elev 4: [...] man tar $180 - 170$, så där kan man göra också, och då blir det ju som sagt 10.

Eller nej, eller jo, 10 och då sätter man dit 8 och 6 och, eller nej, då blir det fel.

Isabell: Men om vi provar med att skriva ut det du säger då blev ju det här 10.

Elev 4: Mhm.

Isabell: Och sen sa du ju att du ville ta $8 - 6$.

Elev 4: Mhm.

Isabell: Och det blir?

Elev 4: 4 tror jag, eller nej, nej, jag får hjärnsläpp! När jag pratar om allt så blir det mycket svårare.

Isabell: Men $8 - 6$ blir?

Elev 4: 3 blir det i alla fall. Eller nej, 2 blir det.

Isabell: Och sen, hur gör du sen?

Elev 4: Vänta, det är klart så tror jag.

Isabell: Okej, vad blir det då? Blir det 2?

Elev 4: Nej, det blir 6 tror jag.

Isabell: Det blir 6 tror du?

Elev 4: Jag vet inte. Jo det blir 6. (Lång betänketid.) Eller det kan det inte bli. Eller nej, nej det kan det inte.

Isabell: Var det så att du inte ville använda plus?

Elev 4: Nej, jag ville inte det.

Isabell: Hur kommer det sig att du inte ville använda plus i en uppgift med minus?

Elev 4: Jag tycker att det blir ganska krångligt då.

Eleven som valde att endast räkna med direkt subtraktion beskrev också att subtraktionstecknet var svårare, eftersom det var svårt att hålla alla steg i huvudet. Kombinationen av den valda metoden och strategin resulterade i att alla tal över 50 uppfattades som svåra, på grund av alla steg eleven var tvungen att komma ihåg vid uträkningen.

5.3.3. Sammanfattning av de olika svårigheterna och missuppfattningarna

Genom introduktionen av subtraktion ska undervisningen bidra till att eleverna skapar hållbara kunskaper att bygga vidare sin utveckling på. Det krävs därmed att lärarna är medvetna om de missuppfattningar och svårigheter som existerar för att kunna förebygga dem (Baroody, 1984a, 1984b). För att tydliggöra de olika missuppfattningar och svårigheter eleverna uppvisat och som synliggjorts genom studien presenteras de kortfattat nedan i punktform.

- Subtraktion är svårare än addition,
- eleverna ser subtraktion som att något ska tas bort, minskas eller raderas,
- eleverna ser inte sambandet mellan subtraktion och addition,
- växling med tal över 50 är för svårt med huvudräkning, men upplevs för enkelt att ställa upp,
- eleverna har svårt att se om fel begåtts i standardalgoritm,
- svårigheten att kunna reflektera över talen och genomförandet i en standardalgoritm ,
- eleverna ändrar plats på talen för att kunna lösa uppgiften utan att växla (störst först),
- eleverna har svårt att kunna uppfatta vilken strategi som är bäst lämpad för uppgiften,
- att subtraktionstecknet innebär att uppgifterna endast ska lösas genom att ta bort.

5.4. Elevernas olika tankar kring ett förebyggande arbete

Intervjuerna avslutades med en utvärderande fråga där eleverna tillbads att ge mig som kommande lärare några personliga tips som kunde förebygga svårigheter inom subtraktion bland mina kommande elever. Fem av de nio elever som deltog i studien besvarade frågan med att ge uppmaningen att introducera subtraktion parallellt med addition. Motiveringen eleverna gav var att de kände sig bekvämare med räknesättet addition för att de hade arbetat med det mer, och började med det räknesättet tidigare än subtraktion. En elev beskrev att det gav goda förutsättningar inom kunskapsutvecklingen för subtraktion och för att subtrahera. Eleven antydde också att det är enklare att hålla koll på stegen och talen vid huvudräkning med addition. Om subtraktion introduceras samtidigt som additionen skulle kanske huvudräkningen i subtraktion bli lika enkel, eller svår, som additionen. Nu är istället huvudräkningen med subtraktion svårare än huvudräkningen med addition, enligt en av eleverna. Ytterligare en motivering var att eleverna hade större möjligheter till att nå liknande trygghet och kunskaper inom subtraktion som inom addition om räknesätten behandlas parallellt, lyfte en elev.

...för jag vet inte om det var så, men vad jag tror så är det att vi lärde oss addition före minustecknet här. Om man lär sig minustecken och additionstecken samtidigt så blir man ju lika bra. Och jag känner att jag är bättre på addition, och om jag hade övat då sen vi började, då kanske jag hade vart lika bra på addition och minus. (Elev 5)

Genom en matematikundervisning där både subtraktion och addition introduceras samtidigt kan eleverna relatera räknesätten till varandra och se sambandet. Det kan resultera i att eleverna kan relatera till båda räknesätten och känna trygghet i att förstå talkamraterna, eftersom de hör samman, vilket en elev förklarade under intervjun.

Vid insamlingen av svaren till den avslutande frågan i häftet var det en elev som inte gav något förslag, och en elev där den frågan utelämnades. De resterande två eleverna gav tipset om att behandla högre tal tidigare för att förebygga svårigheter, eller att introducera standardalgoritm tidigare i undervisningen för att underlätta beräkningen av uppgifter med högre tal. En av eleverna gav även som förslag att ge eleverna uppgifter med mindre tal, som när de nästan är automatiserade ökar i svårighetsgrad succesivt. Eleven beskrev även vikten av att undervisa kring uppgifter som behandlar lite svårare tal, exempelvis där talen ligger nära varandra; $101 - 99$. Ytterligare ett tips från eleven var att synliggöra vikten av att läsa frågan till uppgiften noga, och inte stressa fram ett svar till uppgiften, för att förebygga att räkna fel.

6. Diskussion

Under det här kapitlet kommer studiens metod och resultat att diskuteras för att synliggöra och motivera val under studiens genomförande, samt ställa studiens resultat i relation till tidigare forskning som presenterats under bakgrunden. Första avsnittet kommer att beskriva metoden studien har genomförts utifrån (6.1.). Andra delen av kapitlet (6.2) presenterar studiens resultat i relation till den tidigare forskningen i relation till syfte och frågeställningar.

6.1. Metoddiskussion

Urvalskriteriet att eleverna ska gå på olika skolor där högst två elever ur varje klass deltar, formades för att studiens resultat skulle vara mer tillförlitligt. Resultatet av datamaterialet kunde därmed ges högre tillförlitlighet eftersom de berörda eleverna haft varierande undervisning kring subtraktionstecknet. För att kunna arbeta ur ett förebyggande syfte i undervisningssammanhang med subtraktion i de tidigare skolåren krävs det också att lärarna är medvetna om de svårigheter som finns högre upp i åldrarna. Därmed valdes urvalskriteriet att eleverna skulle gå i årskurs 5. Elever i årskurs 5 går fortfarande på mellanstadiet och är i en ålder där de bör ha utvecklat grundläggande matematisk förståelse för räknesättet subtraktion och subtraktionstecknets innebörd. Det möjliggjorde att de kunde relatera tillbaka på sin utveckling, men också beskriva och visa den pågående utvecklingen. Vid utformningen av de urvalskriterier som gjorts för studien valdes det att ta i beaktning att eleverna skulle ha en god kommunikativ förmåga. Kriteriet formades för att datamaterialet skulle ges goda förutsättningar till ett innehållsrikt resultat, där motiveringar och tankar tydligt framkom. För att studien skulle kunna vara generaliseringsbart hade det krävts en större studie där fler elever deltog, och då en elev från varje skola från olika skolor runt om i Sverige. Jag bedömde att nio elever skulle ge tillräckligt stor mängd material att besvara studiens syfte och frågeställningar, samt var rimligt i bearbetningsmängd, vilket Bryman (2008) beskriver som en viktig del i en kvalitativ undersökning. Dock anser jag att fler elever hade tillfört ett bredare datamaterial att analysera samt presentera under resultatkapitlet, för ett mer generaliseringsbart och trovärdigt resultat.

Strukturen genom intervjun är medvetet skapat för att ge eleverna ett kontextbundet sammanhang att relatera sina tankar och motiveringar till. Frågehäftet gav eleverna möjlighet att lyfta de tankar, vilka de inte riktigt har utvecklat en förståelse kring. Jag anser att frågorna gav studien en större

möjlighet till att synliggöra elevernas faktiska tankar, och inte enbart de inövade teoretiska kunskaperna undervisningen kan ha bidragit till.

Inför varje intervjusamtal beskrev jag upplägget, och förklarade att det jag ville undersöka var hur de tänker och reflekterar över den förståelsen de har kring subtraktionstecknet. Eleverna upplevdes först nervösa då de relaterade en intervju och en undersökning till att något var svårt. Viktigt för mig var då att belysa att det inte fanns några rätt eller fel i det här hänseendet. Eleverna blev också informerade vid början av intervjun om att de skulle delta frivilligt och tillfrågades ytterligare en gång om det gick bra att jag spelade in vad vi sa under intervjun. Jag beskrev också vilken funktion inspelningen gav mig i studien så att de förstod att det fungerade som ett stöd för mig och inte något som kunde användas i andra sammanhang, i enlighet med Brymans (2008) och Stensmos (2002) beskrivningar av nyttjandekravet och samtyckekravet.

Analysen av datamaterialet synliggjorde att en av frågorna i uppgiftshäftet (se bilaga 2), som behandlade en subtraktionsoperation kring två bråktal, inte kunde besvaras av sju elever. Eftersom intervjuerna var uppbyggda på att eleverna skulle kunna besvara uppgifterna för att relatera till dem, exkluderades den frågan. Det specifika datamaterialet inte kunde tillföra något om elevernas erfarenhet av subtraktionstecknet till studien. Eleverna gavs istället en förklaring, och vi diskuterade frågan tillsammans för att minska känslan av att inte kunna prestera under intervjun, vilket är viktigt att ta hänsyn till, i enlighet med Larsson (1994).

Analysen gjordes stegvis med hjälp av kodning för att upptäcka olika teman vilka existerade i det insamlade datamaterialet (Bryman, 2008; Svenning, 2003). Att bearbeta datamaterialet genomgående ur olika teman möjliggjordes en djupare analys av innehållet (Stensmo, 2002). Under analysens gång valde jag därför att dra övergripande slutsatser som sedan bearbetades djupgående. Det gjordes för att kunna synliggöra om det existerade några tydliga samband eller skillnader dem emellan, som var av betydelse för det insamlade datamaterialets resultat. Studiens analys pågick under flertalet dagar och de övergripande teman som växte fram analyserades på djupet (Wallén, 1996). Det resulterade i att jag använde mig av tankekartor, där jag synliggjorde datamaterialet för att se progressionen och studiens teman ur fler än ett perspektiv. Valet att använda mig av tankekarta är för att kunna skapa en överskådlig uppfattning kring det insamlade datamaterialet, men också för att kunna synliggöra den djupare analysen där materialet i vissa fall inte stämde överens med hur det blivit presenterat. I det här fallet gäller det framförallt de tillfällen då eleverna har beskrivit och

motiverat sin förståelse kring subtraktionstecknet ur ett perspektiv, men sedan behandlat det anorlunda eller motsägelsefullt under intervjun. Det gav mig därför en tydligare bild av elevernas faktiska användande och beskrivningar. Därför sammanställdes mina iakttagelser i andra teman än elevernas egna beskrivningar. Något som skulle kunna gynna studiens datamaterial hade varit att planera intervjuerna där tid avsatts till analys och transkribering efter varje intervju i större utsträckning än vad som gjordes i den här studien. Jag försökte att transkribera och analysera direkt efter avslutad intervju, men hade inte tillräckligt med tid mellan de olika intervjuerna för att färdigställa transkribering och övergripande analysering. Anledningen till att det hade kunnat gynna studien är för att jag som intervjuare kunde ha utvecklat mer anpassade följdfrågor som hade kunnat hjälpa eleverna att beskriva sina olika erfarenheter kring subtraktionstecknet mer utförligt.

6.2. Resultatdiskussion

Avsnittet kommer att presentera en djupare diskussion kring studiens resultat i relation till den tidigare forskningen inom området samt studiens syfte och frågeställningar. Det första avsnittet redogör för studiens första frågeställning genom en beskrivning av subtraktionstecknet kopplat till den tidigare forskningen (6.2.1). Vidare presenteras det faktiska användandet av subtraktionstecknet, vilket är den andra frågeställningen, i relation till studiens resultat, tidigare forskning och syfte (6.2.2.). Avslutningsvis behandlas den sistnämnda frågeställningen för studiens syfte där det förebyggande arbetet belyses ur studiens olika perspektiv (6.2.3.).

6.2.1. Beskrivningar av subtraktionstecknet

Selter et al. (2011) och Baroody (1984a) belyser i sin studie att subtraktionstecknet och räknesättet idag ger informationen om att något ska tas bort eller minskas utav det större talet i operationen. I räknehäftet (se bilaga 2) fick eleverna besvara en fråga med en bild av subtraktionstecknet, där eleverna tillbads att beskriva vad det var för tecken och vad det innebar för dem. Studiens resultat bekräftar att samtliga elever relaterade subtraktionstecknet och räknesättet till att något skulle tas bort eller minskas. Motiveringen till deras svar var att de hade fått lära sig att subtraktionstecknet innebar den handlingen i en operation. Vidare synliggjorde eleverna också att de kunde beräkna skillnaden i operationer där de metoderna kunde användas. Det tyder på att eleverna är motsägelsefulla kring subtraktionstecknets funktion och innebörd. Alla elever utom en använde metoden att beräkna skillnaden mellan två tal för att lösa uppgifter med låg differens. De kunde använda sig av metoden beräkna skillnaden, men några ville inte uttrycka att de användes sig av metoden. Det

innebär att den tidigare forskningen delvis stämmer överens med studiens resultat, men majoriteten av eleverna i den här studien visade även på förmågan att relatera subtraktionstecknet till en skillnad vid beräkningar.

6.2.2. Användandet av subtraktionstecknet

Vid beräkning av matematiska problemlösningssuppgifter eller textuppgifter kan problem uppstå enligt den tidigare forskningen. Thompson och Hendrickson (1986) hävdar att det problematiska ligger i de matematiska begrepp som presenterar vilket räknesätt uppgiften ska behandla. Begreppen ger eleverna möjlighet till större tolkningsutrymme vilket kan vilseleda eleven i vilket räknesätt, metod eller strategi som ska användas för att kunna genomföra beräkningen. Studiens resultat synliggjorde att problemlösningssuppgifter eller textuppgifters val av utformning och begrepp inte gjorde någon större skillnad i hur de skapade en förståelse för innehållet. Samtliga elever i studiens resultat valde att omformulera delar av textuppgiften för att innehållet och det valda räknesättet tydligt skulle framgå. Alla elever valde att lägga till ordet *bort* efter ordet *ger* för att textuppgiftens innehåll och räknesätt skulle synliggöras genom en fullständig beskrivning, vilket i detta fall blev *ger bort*.

Den tidigare forskningen (Selter et al., 2011; Torbeyns et al., 2009) beskriver att subtraktionstecknet för flertalet elever innebär att en operation där tecknet ingår endast kan lösas genom direkt subtraktion, vilket för eleverna innebär att talet successivt minskas eller tas bort. Resultatet av den här studien synliggör att en elev enbart ville använda direkt subtraktion. Eleven försöker komma runt eventuellt nödvändigt användande av addition genom att benämna det som att lägga åt sidan eller subtrahera. Flertalet elever beskriver dock att det inte är fullt korrekt att använda addition i subtraktionsuppgifter, även om de själva synliggör genom sina beräkningar att de använder addition för att komma fram till lösningen. De motiverar sitt handlande genom att additionen krävdes eller att den var nödvändig i situationen vid beräkningen. De belyser dock att de vid liknande tillfällen ibland utesluter att skriva ut att de använt addition i subtraktionsuppgifter för att det inte är helt korrekt. Framför allt använder de addition vid uppgifter med låga tal eller liten differens, där huvudräkningen är den vanligaste strategin.

6.2.3. Förebyggande arbete inom subtraktionsundervisningen i de tidigare skol-åren

Enligt Selter et al. (2011) är det av stor vikt att eleverna kan hantera och beräkna subtraktionsuppgifter genom att använda de tre olika metoderna för en ökad flexibilitet i sin matematiska förståelse. Metoderna kräver undervisning som behandlar subtraktionstecknets innebörd genom att både beräkna skillnaden och genom att ta bort för att undvika svårigheter. Genom den ökade flexibiliteten ges eleverna större möjligheter till att utveckla en förståelse för sambandet mellan räknesätten. Därför ska det vara ett stående inslag i undervisningen. Studiens resultat bekräftar att eleverna kan gynnas av att se sambandet mellan addition och subtraktion. Eleverna har dock inte en djupare förståelse för sambandet, eftersom de inte har reflekterat över att de faktiskt använder sig av det i sina beräkningar.

Eleverna har gett som förslag att subtraktion borde introduceras parallellt med addition för att förbygga att subtraktionen ska upplevas som svårare än addition. Eleverna gav förslaget trots att de inte har full förståelse för sambandet mellan addition och subtraktion. Reflektionen var för mig väldigt intressant eftersom de har dragit den slutsatsen utifrån sina egna upplevda svårigheter. Eleverna hänvisar främst till att de har arbetat med additionen i större utsträckning och under längre tid, jämfört med subtraktionen. Därav kan slutsatsen dras att eleverna behöver lika mycket mängdträning i subtraktion som i addition. Eleverna uttrycker att det är svårare att gå stegvis neråt på tallinjen vid huvudräkning jämfört med samma steg uppåt på tallinjen. De beskriver att det är jobbigt att hålla koll på minuend, subtrahend och differens, samt de olika stegen vid subtraktion, trots att det är samma antal steg och tal inblandade vid addition. Det kan bero på att eleverna redan från förskolan har fått träna på att räkna uppåt i större utsträckning än neråt, vilket även Baroody (1984a) beskriver.

Studios resultat synliggör att eleverna inte har förståelse för vad som sker vid beräkningen med standardalgoritm. Eleverna förklarade att det är svårt att använda strategin i ett kontextbundet sammanhang, eftersom eleverna då har svårt att konkretisera talen. Samtidigt beskriver Selter et al. (2011) att svårigheterna kan uppstå vid undervisningssammanhang där strategin presenteras och bearbetas ur ett kontextlöst sammanhang där strategins syfte inte framgår. Slutsatsen kan därför dras att det är svårt att lära ut standardalgoritm där talen är höga, eftersom de involverar flera steg och hamnar på en mer abstrakt nivå. Vid lägre tal tenderar eleverna att i större utsträckning använda huvudräkning, och använder istället standardalgoritm när huvudräkning inte räcker till. Det kan därmed bli svårt att befästa förståelsen för strategin fullt ut vid högre tal, eftersom de får många

saker att hålla i arbetsminnet. Jag anser att undervisningen kring standardalgoritm borde ske tidigare i undervisningen och att stegen som utgör strategin borde relateras till ett kontextbundet sammanhang. En tidigare undervisning där strategin behandlas mer genomgående och där de steg strategin innefattar lyfts fram, kan eleverna också relatera det till andra strategier för att kunna synliggöra skillnader och likheter mellan de olika strategierna.

7. Avslutande ord

Studiens resultat kan delvis sägas instämma med den tidigare forskning inom området vilken presenterats under bakgrundskapitlet. Resultatet för studien presenterar djupare analyser ur ett annat perspektiv i förhållande till den tidigare forskningen, genom att elevernas egna tankar är i fokus. Studien har därmed hög relevans inom området, eftersom den kompletterar tidigare forskning. Den här studien ger en djupare förståelse för elevernas individuella beskrivningar kring tecknets innebörd i relation till hur de använder subtraktionstecknet. Studiens resultat besvarar även sitt syfte och frågeställningar genom att elevernas egna reflektioner kring subtraktionstecknet tydligt framgår i resultatet. Jag anser också att de svårigheter och missuppfattningar, vilka uppkommer i de tidigare åldrarna enligt den tidigare forskningen, i flera fall är synliga även i årskurs 5. Studiens resultat har även synliggjort svårigheterna i elevernas användande av subtraktionstecknet. Därmed är studien relevant för undervisningen inom subtraktion i de tidigare åldrarna, där svårigheter och missuppfattningar som synliggjorts kan förebyggas redan vid introduktionen av subtraktionsundervisningen. Vidare är det här ett område som kan behöva fortsatt forskning kring elevernas missuppfattningar och svårigheter inom subtraktion. Där igenom kan även de olika metoder och strategier som används av eleverna undersökas för att finna ett effektivare tillvägagångssätt för att presentera dem i undervisningen. Även elevernas reflektioner och förståelse kring hur de använder metoderna och strategierna kan belysas i större utsträckning för att skapa en ökad förståelse kring räknesättet subtraktion.

Referenslista

- Andersson, J. & Jonsson, I. (2015). *Subtraktion i de tidiga skolåren – Hur undervisningen kan inledas och vidareutvecklas*. Jönköping: Jönköping University.
- Baroody, A. J. (1984a). Children's difficulties in subtraction: some causes and cures. *The Arithmetic Teacher*, 32(3), 14–19. Hämtad från <http://www.jstor.org/>
- Baroody, A. J. (1984b). Children's difficulties in subtraction: some causes and questions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(3), 203–213. Hämtad från <http://www.jstor.org/>
- Bjurwill, C. (1995). *Fenomenologi*. Lund: Studentlitteratur.
- Bryman, A. (2011). *Sambällsvetenskapliga metoder*. Stockholm: Liber AB.
- Chang, L. (1985). Multiple methods of teaching the addition and subtraction of integers. *The Arithmetic Teacher*, 33(4), 14–19. Hämtad från <http://www.jstor.org/>
- Engvall, M. (2013). *Handlingar i matematikklassrummet. En studie av undervisningsverksamheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus*. Linköping: Linköpings Universitet.
- Fayol & Thevenot. (2012). *The use of procedural knowledge in simple addition and subtraction problems*. doi:10.1016/j.cognition.2012.02.008
- Flores, M. M. (2009). Teaching subtraction with regrouping to students experiencing difficulty in mathematics. *Preventing School Failure*, 53(3), 145–152. doi:10.3200/PSFL.53.3.145-152
- Larsson, S. (1994). Om kvalitetskriterier i kvalitativa studier. I B. Starrin & P-G. Svensson (Red.), *Kvalitativ metod och vetenskapsteori* (s. 163–189). Lund: Studentlitteratur.
- Liedtke, W. (1982). Learning difficulties: helping young children with mathematics – subtraction. *The Arithmetic Teacher*, 30(4), 21–23. Hämtad från <http://www.jstor.org/>
- Maclellan, E. (2001). Representing addition and subtraction: Learning the formal conventions. *European Early Childhood Education Research Journal*, 9(1), 73–86. doi:10.1080/13502930185208691
- Nunes, Bryant, Hallett, Bell & Evans. (2009). Teaching children about the inverse relation between addition and subtraction. *Mathematical thinking and learning: An international journal*, 11(1–2), 61–78. doi: 10.1080/10986060802583980
- Peltenburg, M., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Robitzsch, A. (2011). *Special education students' use of indirect addition in solving subtraction problems up to 100 – A proof of the didactical potential of an ignored procedure*. (Avhandling, Utrecht University, Freudenthal institute for science and mathematics education, Nederländerna). doi:10.1007/s10649-011-9351-0
- Segolsson, M. (2006). *Programmeringens intentionala objekt: Nio elevers uppfattningar av programmering*. Karlstad: Karlstad universitet.

- Selter, C., Prediger, S., Nührenböcker, M. & Hußmann, S. (2011). *Taking away and determining the difference – a longitudinal perspective on two models of subtraction and the inverse relation to addition*. doi:10.1007/s10649-011-9305-6
- Skolverket. (2011a). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011, Lgr 11*. Stockholm: Skolverket.
- Stensmo, C. (2002). *Vetenskapsteori och metod för lärare – en introduktion*. Uppsala: Kunskapsföretaget i Uppsala.
- Svenning, C. (2003). *Metodboken- Sambällsvetenskaplig metod och metodutveckling klassiska och nya metoder i informationsambället. Källkritik på internet*. Lorents förlag: Lund.
- Thompson, C. S. & Hendrickson, A. D. (1986). Verbal addition and subtraction problems: some difficulties solutions. *The Arithmetic Teacher*, 33(7), 21–25. Hämtad från <http://www.jstor.org/>
- Thompson, J. & Martinsson, T. (1991). *Wahlström & Widstrands matematiklexikon*. Stockholm: Wahlström & Widstrand.
- Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS. (2011). Hämtad 28 april, 2016, från http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publication?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2Fblob%2Fpdf2942.pdf%3Fk%3D2942
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Stassens, N., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009). *Solving subtraction problems by means of indirect addition*. doi: dx.doi.org/10.1080/10986060802583998
- Wallén, G. (1996). *Vetenskapsteori och forskningsmetodik*. Lund: Studentlitteratur.

Bilaga 1.

Godkännande om medverkan i undersökning

Hej elev och vårdnadshavare! Jag heter Isabell Jonsson och studerar min sista termin på grundläroprogrammet med inriktning mot arbete i förskoleklass och grundskolans år 1-3 på Jönköpings Universitet. Jag skriver nu mitt examensarbete i min utbildning och undrar om du som elev i årskurs 5 vill delta, och om du som vårdnadshavare godkänner deltagandet. De elever som blir intervjuade är slumpvis utvalda och kommer inte kunna identifieras i studien. Jag kommer att undersöka ett antal elevers förståelse kring användandet av subtraktionstecknet i matematik. Genom de deltagande elevernas tankar ska jag skapa mig en uppfattning kring hur undervisningen bör läggas upp i tidigare åldrar. Undersökningen kommer att genomföras genom en intervju med frågor och samtal under cirka 30-50 minuters tid.

Undersökningen kommer följa de etiska regler som finns inom utbildningsvetenskap, och det är därför viktigt för mig att du som tillfrågad elev och vårdnadshavare godkänner medverkan i min undersökning genom en underskrift från både vårdnadshavare och elev som sedan återlämnas till respektive klasslärare senast tisdagen den 26/4.

Jag ser fram emot att träffa dig som vill delta i min undersökning!

/Isabell Jonsson

Elevens underskrift:

Vårdnadshavares underskrift:

Namnförtydligande:

Namnförtydligande:

Bilaga 2.

Uppgifter till intervju

1.

Vad är det här för matematiskt tecken?

—

2.

Vilken funktion har tecknet vid denna uppgift?

$18 - 9 =$

3.

$$188 - 176 =$$

4.

Lös uppgifterna.

Vad är gemensamt mellan de här två uppgifterna?

$$89 - 15 =$$

$$74 + 15 =$$

5.

Hur väljer du att lösa uppgiften? Beskriv hur du tänker.

$$498 - 264 =$$

6.

Visa genom bild och beskriv hur du löser uppgiften.

7.

Stig har nitton gröna kulor och ger fyra till Lovis. Skriv ett matematiskt uttryck för räknehändelsen.

8.

	4	3	1
-	1	7	8

Bilaga 3.

Frågor till intervjuerna

Följdfrågorna är exempel på frågor som eventuellt kommer att användas i intervjuerna. Alla frågor kan därmed inte komma att bli besvarade medans andra frågor kan tillkomma vid intervjutillfällena.

1.

Vad är det här för matematiskt tecken och vad innebär det?

- (subtraktionstecknet)
- Vad heter tecknet?
- Det finns två matematiska ord som idag är vanliga för detta tecken, vet du vilka?
- Hur skulle du beskriva tecknet innebär?
- Vad gör man med tecknet/vilken användning har det? Hur vet du det?

2.

Vilken funktion har tecknet vid denna uppgift?

$18 - 9 =$

- Blir tecknets betydelse tydligare när den används i en uppgift?
- Vad är innebörden av tecknet, vad gör du med tecknets information och vad säger informationen?
- Innebär subtraktion att något alltid ska tas bort eller minskas, varför i så fall?
- Hur skulle du välja att lösa denna uppgift, varför och hur kom du fram till den lösningen?
- Kan uppgiften lösas på flera olika sätt/genom flera olika strategier?
- Var strategin till lösningen självklar redan när du såg uppgiften eller bestämde du dig under tiden vilken strategi du skulle använda?

3.

$188 - 176 =$

- Hur skulle du lösa den här uppgiften? Finns det någon given strategi för hur du ska lösa uppgiften, vilken i så fall, visa hur du löser uppgiften?
- Hur vet du vilken strategi som passar bäst till uppgiften, beskriv hur du tänker.
- Hur gör du för att skapa en förståelse för uppgiften? Tänker du på något speciellt eller räknar du bara ut svaret?
- Kan uppgiften lösas på fler sätt, visa och beskriv varför de strategierna inte var lika lämpade.

4.

Vad är gemensamt mellan de här två uppgifterna?

$$89 - 15 =$$

$$74 + 15 =$$

- Om det är något gemensamt mellan talen, vad är det i så fall?
- Kan man använda addition i matematiska uppgifter med subtraktion för att komma fram till en lösning enklare, eller används räknesätten var för sig, beskriv och förklara hur du tänker så att jag förstår.
- Finns det något tillfälle som du använder addition i uppgifter med subtraktion eller tvärt om för att enklare komma fram till lösningen eller svaret?
- Har du tänkt på räknesättens funktion och relation tidigare, eller blivit undervisad om det?

5.

Hur väljer du att lösa uppgiften? Beskriv stegvis och visa

$$498 - 264 =$$

- Denna uppgift är med ganska stora tal, varför väljer du att lösa den på det sättet?
- När det är ett så stort tal, kan det då vara svårt att hålla reda på hur många steg som görs i uträkningen?
- Är addition enklare eller svårare än subtraktion, varför?
- Har du arbetat med tom tallinje tidigare?
- Kan du lösa uppgiften med hjälp av en tom tallinje också?
- Var tom tal-linje enklare att använda eller inte, beskriva varför/varför inte.
- Har du använt det förut?
- Vilka strategier tänker du på när du hör ordet subtraktion?

6.

Visa genom bild och beskriv hur du löser uppgiften

$$7/10 - 3/5 =$$

- Hur hade du valt att lösa uppgiften enklast?
- När du löser uppgiften brukar du då tänka på något som kan förenkla förståelsen för vad uppgiften vill säga och lösa, exempelvis något du känner till så som antal i materiel form som du känner till, kanske godis? Blir det enklare att förstå uppgiften när du tänker så eller försvåras uppgiften?
- Kan du visa hur du löste den och beskriva vad du tänkte på när du löste den?

7.

Stig har nitton gröna kulor och ger fyra till Lovis. Skriv ett matematiskt uttryck för räknehändelsen.

- Hur skulle du skriva det matematiska uttrycket så att det passar med uppgiften?

- Kom du fram till uttrycket direkt eller var du tvungen att läsa om flera gånger för att vara säker på att du förstod, hur kan det komma sig i så fall tror du?
- Finns det något ord eller begrepp som gör att uppgiften blir svår, vilket i så fall?
- Finns det något begrepp som gör så att du vet hur du ska skriva det matematiska uttrycket, vilket i så fall?

8.

Vad är sambandet mellan dessa uppgifter? Beskriv och visa.

	4	3	1
-	1	7	8

- Vilka/ vilka räknesätt använder du i uppgiften, skulle du kunna använda något mer?
- Vad har de gjort i uppgifterna ovan? Hur uppfattar du uppgiften, beskriv.
- Kan du se relationen mellan addition och subtraktion när du löser en uppgift?

Frågor utanför uppgifterna:

- Tycker du att subtraktionstecknet är enklare eller svårare att förstå än tecknet för addition? Varför, och hur tänker du när du kommer fram till ditt svar?
- Är det enkelt att räkna fel med subtraktion eller är det räknesättet lätt att förstå? Varför?
- Vilka metoder och strategier använder du oftast när du räknar med subtraktion?
- Är de höga talen svårare än de lägre talen vid matematiska beräkningar med subtraktion? Varför tror du det?
- Har du någon idé om hur alla elever som går på skolan skulle kunna bli bättre inom subtraktion? Finns det något som lärarna kan tänka på för att eventuellt kunna forma en undervisning som är mer gynnsam för er elever om dem gjorde?