



JÖNKÖPING UNIVERSITY

*School of Education and
Communication*

Matematiklärares val av huvudräkningsstrategier inom addition

En intervjustudie av 6 lärare i Sverige och England

DELKURS: *Examensarbete II, 15 hp*

FÖRFATTARE: *Amanda Lübking*

EXAMINATOR: *Martin Hugo*

TERMIN: *VT 16*

SAMMANFATTNING

Amanda Lübking

Matematiklärares val av huvudräkningsstrategier inom addition

En intervjustudie av 6 lärare i Sverige och England

Mathematics teachers' strategy preferences, in relation to the teaching of mental arithmetic

A interview study between 6 teachers in Sweden and England

Antal sidor: 28

Studien utgår från en kvalitativt inriktad analys och metod, där syftet är att undersöka vilka huvudräkningsstrategier som 3 svenska respektive 3 engelska lärare undervisar i, inom addition. Det empiriska materialet består av intervjuer som sedan har transkriberats och analyserats. Studien har låtit sig inspireras av ett *hermeneutiskt perspektiv* kombinerat med *Grounded Theory*. Hermeneutiskt perspektiv innebär att all data som finns i studien har tolkats och analyserats. *Grounded Theory* är ett vanligt sätt att analysera kvalitativ data och genom denna teori har kategorier skapats utifrån det resultat som framkommit. Resultatet av studien visar att de svenska lärarnas vanligaste val av strategier är: *talsorter var för sig* och *algoritmer*. De engelska lärarnas vanligaste val av strategier är: *tiokamrater*, *additionstabellen* och *algoritmer*. Av resultatet framkommer även de skillnader som finns mellan de intervjuade lärarnas val av strategier.

The study is based on a qualitatively directed method and the main aim is to investigate, and examine the mental arithmetic strategies of both Swedish and English teachers. In particular, the methods they use, to teach addition. The empirical data within this research is based on first hand interviews with six teachers; three from Sweden, and three from England. The study is inspired by a *Hermeneutic Perspective* in combination with *Grounded Theory*. The word hermeneutic, means that all of the data contained in the study has been interpreted and analyzed by the researcher. *Grounded Theory* is a common method used to analyze qualitative data. With this theory, categories have been created on the basis of the results obtained within this study. The results of the study show that Swedish teachers' most common choices of strategies are; *partitioning method*, and *algorithms*. In contrast, the English teachers' strategies are the following; *number bonds*, *the additiontable* and *algorithms*. The results of this study also illustrate the differences between the Swedish and the English teachers' choices of strategies.

Sökord: *Mental strategies, mental computation, mental calculation, mental arithmetic och addition.*

Innehåll

1 Inledning.....	1
2 Syfte och frågeställningar.....	2
3 Bakgrund.....	3
3.1 Englands skolsystem.....	3
3.2 Fakta om huvudräkning.....	4
3.3 Huvudräkning i svenska styrdokument.....	5
3.4 Huvudräkning i engelska styrdokument.....	5
3.5 Strategidefinitioner.....	6
3.6 Forskning om huvudräkning.....	8
3.7 Teoretiskt perspektiv.....	9
4 Metod.....	10
4.1 Metodval.....	10
4.2 Urval.....	10
4.3 Genomförande och analys.....	11
4.4 Studiens trovärdighet.....	12
4.5 Etiska överväganden.....	12
5 Resultat.....	13
5.1 Svenska lärares val och motiveringar av huvudräkningsstrategier.....	13
5.2 Engelska lärares val och motiveringar av huvudräkningsstrategier.....	15
5.3 Likheter och skillnader mellan lärares val av huvudräkningsstrategier.....	18
5.4 Huvudräkningsstrategiers funktion för att underlätta vid annan inläring i matematik.....	19
5.5 Resultatsammanfattning.....	20
6 Diskussion.....	21
6.1 Metoddiskussion.....	21
6.2 Resultatdiskussion.....	23
6.3 Slutord och förslag på vidare forskning.....	25
7 Referenser.....	26
Bilaga 1 - The national curriculum for mathematics key stage 1-2.....	
Bilaga 2 - Intervjufrågor.....	

1 Inledning

Som blivande grundskolelärare med inriktning mot årskurserna 4-6 är det av vikt och intresse för mig att undersöka vilka huvudräkningsstrategier inom räknesättet addition som lärare väljer i undervisningen. Det empiriska materialet bygger på intervjuer med lärare från tre svenska och tre engelska skolor. Studien baseras på 3 svenska och 3 engelska lärares val av strategier i undervisningen inom addition. McIntosh (2010) betonar att det är betydelsefullt att elever ska bli introducerade till flera olika strategier för att sedan kunna välja en lämplig strategi till den uppgift som ska lösas. I samband med intervjutillfället görs det möjligt för lärarna att motivera sina val av huvudräkningsstrategier. Skolverket (2011) belyser att elever ska utveckla kunskap kring val av strategier för att effektivt kunna göra matematiska beräkningar. Studien bygger på en tidigare litteraturstudie, vars syfte var att undersöka vilken nytta elever har av att kunna använda sig av flera strategier vid huvudräkning inom räknesätten addition och subtraktion.

Under min sista verksamhetsförlagda utbildningsperiod på en skola i London under vårterminen 2016, utvecklades kunskaper och erfarenheter av det engelska skolsystemet. I London uppmärksammades bristen på undervisning i huvudräkning, vilket jag upplevde som negativt. Skolverket (2011) betonar vikten av att elever kan utföra enkla beräkningar med hjälp av olika strategier. I studiens bakgrund kommer styrdokumentet i både det svenska och engelska skolsystemen att undersökas, för att studera i vilken utsträckning lärarna arbetar med huvudräkning med fokus på matematikundervisning i grundskolan i åldrarna mellan 10 och 12 år. Vidare finner jag det intressant att undersöka skolsystemet i England, med syftet att skapa större förståelse för deras system och hur det är uppbyggt.

Studien är indelad i olika kapitel där kapitel två presenterar syftet med studien och de fem frågeställningar som jag söker svar på. Vidare beskrivs bakgrunden i kapitel tre där relevant information om det svenska respektive det engelska skolsystemet kommer att presenteras. Dessutom presenteras resultat från tidigare forskning, strategidefinitioner och valda teorier. I kapitel 4 kommer sedan metodvalen för studien att presenteras, där läsaren får möjligheten att ta del av hur datainsamlingen är genomförd och analyserad. Dessutom presenteras studiens trovärdighet. I kapitel 5 kommer resultatanalysen av den empiriska insamlingen att presenteras. I det avslutande kapitlet kommer sedan metod respektive resultat att diskuteras och analyseras utifrån valda teorier och aktuell forskning.

2 Syfte och frågeställningar

Syftet med studien är att undersöka vilka huvudräkningsstrategier som 3 svenska respektive 3 engelska lärare undervisar i, inom addition. Syftet är också att undersöka om huvudräkningsstrategier fyller en funktion vid annan inläring vid matematik. Studiens syfte uppnås genom att besvara följande frågeställningar:

- Vilka huvudräkningsstrategier inom addition använder lärarna i studien i sin undervisning?
- Hur motiverar lärarna sina val av strategier?
- Vilka likheter och skillnader förekommer mellan de svenska och engelska lärarnas val av huvudräkningsstrategier inom addition vid undervisning i matematik?
- Fyller huvudräkningsstrategier inom addition en funktion vid inläring inom andra kunskapsområden i matematik enligt lärarna?

3 Bakgrund

I kapitlet nedan kommer en beskrivning av det engelska skolsystemet. Det kommer även en redogörelse för de svenska respektive engelska styrdokument. Vidare kommer en beskrivning av strategidefinitioner som ligger till bakgrund för studien att presenteras. Avslutningsvis görs en redogörelse för resultat från tidigare forskning inom aktuellt område och slutligen för den kombination av teoretiska perspektiv som studien inspirerats av.

3.1 Englands skolsystem

Eftersom studien är en jämförande studie av undervisning om addition i svenska- och engelska skolor, följer en kortfattad beskrivning av hur det engelska skolsystemet är uppbyggt. England har obligatorisk skolplikt från att eleverna är 5 år till att de fyller 16 år. Efter de obligatoriska åren i grundskolan, fortsätter eleverna sina studier och läser något som kallas för "Sixth form" vilket motsvarar gymnasieskola. Alla grundskolor i England ska följa den engelska läroplanen *The national curriculum*, som är uppdelad i olika nyckelsteg "key stages". Beroende på i vilken årskurs eleverna går i, följer man olika steg, de är följande: foundation stage, key stage 1, key stage 2, key stage 3 och key stage 4 (Department of Education, 2013). I England har eleverna till stor del bara prov som är i slutet av året och då examineras eleverna på det de har studerat under hela året. Dessa prov får inte rättas av undervisande lärare utan skickas iväg till ett företag som rättar. Detta har stor betydelse för elevernas betyg. En översikt av hur det engelska skolsystemet är uppbyggt, med olika key stages, återfinns i Tabell 1 på nästa sida.

Tabell 1. En översikt över hur det engelska skolsystemet är uppbyggt.

Year	Age	Curriculum stage
Nursery	3	Foundation stage
Primary school	4	Foundation stage
Primary school	5	Key stage 1
Primary school	6	Key stage 1
Primary school	7	Key stage 2
Primary school	8	Key stage 2
Primary school	9	Key stage 2
Primary school	10	Key stage 2
Secondary school	11	Key stage 3
Secondary school	12	Key stage 3
Secondary school	13	Key stage 3
Secondary school	14	Key stage 3
Secondary school	15	Key stage 4
Secondary school	16	Key stage 4
Secondary school	17	Sixth form college
Secondary school	18	Sixth form college

3.2 Fakta om huvudräkning

Huvudräkning är enligt Huang och Yang (2014) en process som kan kombineras med en förståelse av tal och operationer som sker i huvudet utan att ta hjälp av exempelvis en miniräknare. Löwing (2008) hävdar att all matematik innefattar huvudräkning och den är en viktig del inom matematikundervisningen. All matematik sker i huvudet, även om uppgiften skrivs ner på papper. För att eleverna ska utveckla kunskaper inom huvudräkning krävs det, att elever behärskar ett flertal olika strategier och utsätts för olika typer av uppgifter. En annan viktig aspekt är att utveckla en god taluppfattning, detta innebär att känna igen tals egenskaper, till exempel jämna- och udda tal, positiva- och negativa tal. Det läggs stor vikt vid att eleverna ska kunna välja rätt strategi, utifrån den uppgift som ska lösas (a.a). Huang och Yang (2014) belyser att lärarna i många länder börjar undervisa om huvudräkning i de tidiga skolåren, för att eleverna ska få en god förståelse av talsystemet och att de själva ska kunna skapa egna strategier för att lösa huvudräkningsuppgifter. Det kan i sin tur leda till att eleverna uppmuntras till diskussion kring valda strategier. Liu, Kallai, Schunn och Fiez (2015) förklarar att en grundlig förståelse inom huvudräkning är en grundsten för att lyckas inom matematik. Det är viktigt att kunna räkna snabbt, exakt och flexibelt. Det är många lärare som påvisar, att det är viktigt att kunna memorera grundläggande addition. Till exempel ska elever kunna talet $7+2 = 9$, direkt i huvudet och inte behöva räkna på fingrar eller tänka en längre stund, det ska vara automatiserat.

3.3 Huvudräkning i svenska styrdokument

Enligt Skolverket (2011) syftar undervisning i matematik till att eleverna utvecklar kunskaper om matematikens väsentlighet i vardagen. Den ska också bidra till att eleverna skapar ett intresse för ämnet och skapa tilltro till att kunna använda matematik i olika sammanhang. Genom undervisningen ska eleverna utveckla kunskaper i problemlösning med hjälp av väl valda strategier. Eleverna ska kunna välja, tillämpa och värdera sina valda strategier. Detta innebär att eleverna måste kunna välja och använda lämpliga strategier för att kunna beräkna olika uppgifter och kunna komma fram till en lösning.

En förutsättning som ska ges, är att eleverna skapar förtrogenhet med matematiska begrepp. En annan förmåga eleverna ges möjlighet att utveckla är att föra och följa matematiska resonemang för att göra olika beräkningar (Skolverket, 2011).

Enligt Skolverket (2011) ska eleverna kunna göra rimlighetsbedömningar vid uppskattningar och kunna göra beräkningar i vardagliga situationer. Eleverna ska kunna centrala metoder och deras användning för beräkningar i huvudet. Genom undervisningen ska eleverna också ges möjlighet att utveckla en god taluppfattning (Skolverket, 2011).

3.4 Huvudräkning i engelska styrdokument

Den nationella läroplanen *The national curriculum for mathematics* (2013) beskriver att syftet med matematik är att alla elever ska ha förståelse för grunderna i matematik. Eleverna ska få möjlighet att utveckla sin resonemangsförmåga inom det matematiska språket. Undervisningen ska syfta till att eleverna ska kunna lösa problem med hjälp av olika strategier. En annan aspekt som lyfts i läroplanen är att eleverna ska kunna bryta ner problem i mindre och enklare steg för att lösa problemen. Tyngdpunkten i matematikundervisning i detta skede är att se till att eleverna får en större förståelse för positionssystemet. Skriftlig huvudräkning innebär att operationen löses genom att talet först skrivs ned för att sedan räknas ut huvudet. Mental huvudräkning innebär att operationen löses direkt i huvudet. Det är också viktigt att eleverna kan läsa, uttala och stava det matematiska språket korrekt (Department of Education, 2013). Eleverna ska kunna lära sig att utföra huvudräkning, samt känna sig säkra i att presentera och tillämpa *tiokamrater* inom huvudräkning (se Figur 4 på sidan 8). De ska också kunna göra rimlighetsbedömningar och sedan kontrollera sina svar på miniräknare. Genom undervisningen ska eleverna kunna använda sina kunskaper inom matematik och kunna avgöra vilken strategi som är mest lämplig för att utföra en operation. De bör också kunna motivera varför den

strategin är mest lämplig. En annan viktig aspekt är att eleverna bör förstå de räknelagar som finns. Den *kommutativa lagen* lägger man stort vikt vid under tidsperioden då eleverna är 9-12 år. Lagen innebär att termerna vid addition kan kastas om utan att resultatet förändras (Department of Education, 2013). I Bilaga 1 finns det en engelsk version av de engelska styrdokumenterna, där huvudräkning tas upp.

3.5 Strategidefinitioner

I nedanstående avsnitt kommer olika huvudräkningsstrategier att presenteras. De olika strategierna förklaras i syfte att få en övergripande förståelse av resultatet. Löwing (2008) beskriver *algoritmer* som en strategi, vars lösning av uppgiften skapas genom att stegvis använda sig av en bestämd rutin, till exempel uppställning vid addition (se Figur 1). En annan vanlig strategi som förekommer vid addition är *talsorter var för sig*. Detta är en strategi som innebär att talen delas upp i exempelvis hundratal, tiotal och ental. Ett exempel på strategin är: $82 + 12 = (80+10) + (2+2) = 90 + 4 = 94$. *Överslagsräkning* är en annan strategi, som är vanlig inom alla räknesätt och innebär att talen byts ut till närliggande tal för att få ut en ungefärlig summa av operationen. *Additionstabellen* är till för att nöta in och träna huvudräkning. Den kan se ut på olika sätt och ett exempel finns i Figur 2. Räknelagar är viktiga för att få en förståelse av matematiken och den mest användbara inom addition är den *kommutativa lagen*. Det är en räknelag som handlar om att behärska tals uppdelning i termer i mindre delar och att termernas ordning saknar betydelse. Lagen ser ut som följer: $a + b = b + a$. En annan viktig räknelag inom addition är den *associativa lagen* som ser ut som följer:

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ (Karlsson \& Kilborn, 2015).}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ + 21 \\ \hline = 156 \end{array}$$

Figur 1 - Visar strategin *algoritmer*

2+1= -----	1+3= -----
2+2= -----	2+3= -----
2+3= -----	3+3= -----
2+4 = -----	4+3= -----
2+5= -----	5+3= -----
2+6= -----	6+3= -----
2+7= -----	7+3= -----
2+8= -----	8+3= -----
2+9 = -----	9+3= -----

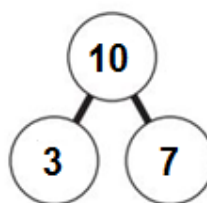
Figur 2 - Visar strategin *additionstabellen*

Runda tal är en annan vanligt förekommande strategi där eleverna lånar från det ena talet för att skapa ett ”runt tal”, detta för att operationen ska vara enklare att utföra. Det är vanligtvis förekommande vid tal, som ligger nära exempelvis 5, 10, 20, 30 (Löwing, 2008). En strategi som påminner om runda tal är strategin *bridging*. Denna strategi innebär att man delar på talet och kompletterar med det som fattas för att få tiotal, se Figur 3. En annan strategi är *förändra*, exempelvis tal som $98 + 197$ ändras om till $100 + 200 - 5$. Denna strategi bygger i grund och botten på den associativa lagen (Buhestad, personlig kommunikation, 16/2 2016). En annan strategi som används är *räkna från största termen*, också kallad *räkna uppåt* i denna studie. Strategin innebär att eleverna räknar det största talet först i operationen. Exempelvis om talet 3 ska adderas med 10, räknas talet 10 först i operationen, $10 + 3 = 13$ (Löwing, 2008). *Tallinjen* är en annan strategi som innebär ett redskap som eleverna kan använda för att kunna resonera om tal och operationer. Det blir visuellt med en tallinje och många elever får större förståelse med denna strategi (Löwing, 2008). *Talrytm* är en strategi som används för att lära sig till exempelvis *additionstabellen* med hjälp av rytmik. Tillsammans kan klassen klappa i takt till olika mönster (Nivbrant Wedin, 2012). En annan strategi är *manipulera talen*, den innebär att flytta eller ordna tal. Det innebär också att hitta okända värden i algebraiska ekvationer. Detta utvecklar flera strategier för problemlösning (Firkins, 1983). Vidare är *tiokamrater* som en vanlig strategi och den innebär att eleverna ska kunna dela upp talet i olika delar för att få summan 10. Ett exempel ser du i Figur 4. För att förstå *tiokamrater* är det viktigt att eleverna har en god *taluppfattning*, vilket innebär att eleverna har en känsla för hur tal är uppbyggda och att kunna förstå och använda talen (Löwing, 2008).

$$8 + 7 = (8 + 2) + 5$$

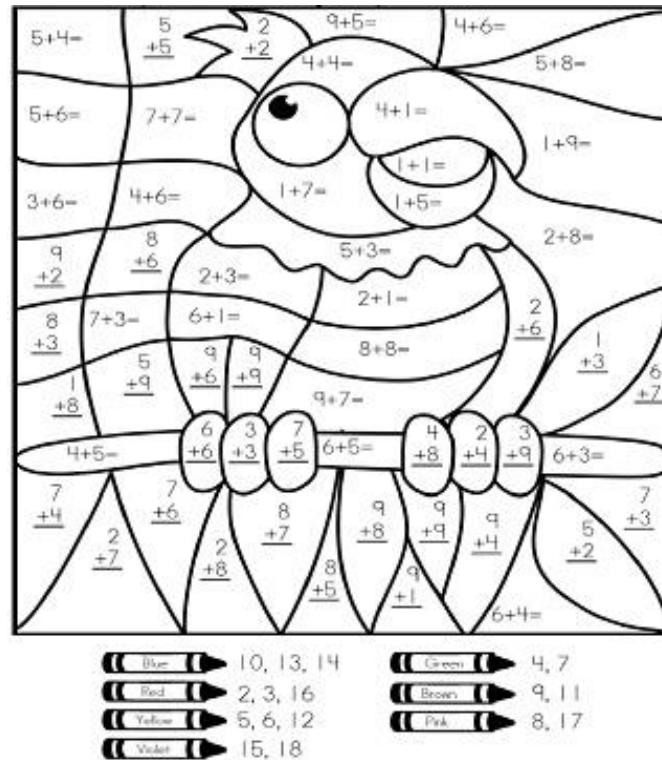
$$10 + 5 = 15$$

Figur 3 - Visar strategin *bridging*



Figur 4 - Visar strategin *tiokamrater*

Slutligen framkommer en strategi vars namn är *colour coding*, denna innebär att eleverna ska använda det estetiska i matematiken och måla fram svar i olika bestämda färger, se Figur 5 på nästa sida.



Figur 5 - Visar strategin *colour coding*

Hämtad 18 Maj, från: www.superteacherworksheets.com

3.6 Forskning om huvudräkning

Carpenter, Hiebert och Moser (1981) beskriver bland annat att utifrån tidigare forskning som genomförts om huvudräkning, har det kommit fram vilka strategier som elever oftast använder vid huvudräkning. Dessa är följande: *talsorter var för sig*, *räkna från största termen*, *räkna från minsta termen först*, *tiotalsovergång* och *räkna på fingrarna* (Carpenter, Moser & Hiebert, 1981; Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema & Empson, 1997; Ghazali, Alias, Anuarariffin & Ayub, 2010).

I studien genomförd av Ghazali, Alias, Anuarariffin och Ayub (2010) framkom det att det fanns en högre andel elever som hade fler rätt inom addition, än när de arbetade med operationer inom subtraktion. Det framkom även att desto högre tal som förekom i de olika operationerna, desto fler uppgifter saknade lösning, då eleverna inte kunde hantera de höga talen. I en studie som är genomförd av Carpenter, Franke, Fennema, Levi och Empson (2000) framkom det att den vanligaste svårigheten som finns hos eleverna när de arbetar med huvudräkningsstrategier är att kunna välja det mest fungerande räknesättet. Eleverna blir osäkra på vilket räknesätt uppgiften kräver, beroende på hur uppgiften är formulerad. Enligt författarna är

det viktigt att eleverna får arbeta med olika strategier så att de kan tillämpa dem på olika operationer och känna sig för i olika sorters uppgifter (Carpenter, Franke, Fennema, Levi & Empson, 2000). En annan aspekt som är viktig som Lopez (2014) belyser vid inläring av huvudräkning är att träna sitt arbetsminne. Detta för att kunna lösa en operation snabbt och flexibelt. Vallée-Tourangea (2013) betonar också att det är viktigt att eleverna tränar på sitt arbetsminne för att elever skapar strategier för att utföra operationer på.

Wallerstedt (2009) belyser en strategi för att elever ska lära sig matematik på estetiskt sätt, att använda sig av musik och rytm. Eleverna lär sig alltså genom ramsor, tempo och klanger. Detta är Wiklund (2013) i enlighet med Wallerstedt (2009), eftersom hon förklarar vikten av att integrera alla estetiska uttrycksmedel så som musik, bild och dans i alla ämnen.

3.7 Teoretiskt perspektiv

För att uppnå studiens syfte har jag låtit mig inspireras av ett *Hermeneutiskt perspektiv* i kombination med *Grounded Theory*. Ett *hermeneutiskt perspektiv* innebär att all data tolkas och en djupare förståelse efterfrågas. Bryman (2008) beskriver att den centrala idén med hermeneutiken är att forskaren försöker analysera och få fram meningen som upphovsmännen, i det här fallet intervjudeltagarna haft. Bryman (2008) betonar även att *Grounded Theory* är det vanligaste synsättet för att tolka och analysera kvalitativa data. I denna teori är en av de viktigaste processerna kodning, vilket är ett viktigt första steg vid *teorigenerering*. Det innebär att sätta namn eller etikett på delar som verkar vara av teoretisk vikt eller praktisk betydelse, för de personer som studerats. Vid en kvalitativ analys brukar kodningen ständigt förändras och den analyseras kontinuerligt. De redskap som är grundläggande inom denna teori är följande: teoretiskt urval, kodning, teoretisk mättnad och kontinuerliga jämförelser. Att fokusera på att ständigt jämföra de företeelser som kodats under vissa kategorier är viktigt för att kunna utgöra en teoretisk bearbetning, som senare ska utvecklas (Bryman, 2008). De resultat som framkommer från denna teori är begrepp och kategorier, vilka utgör teorins byggstenar. De kategorier som har vuxit fram i denna studie vid analysen av intervjuerna med de sex lärarna, är de olika strategier som lärarna uppger att de undervisar om. Motiven för de strategier som de olika lärarna väljer kommer också att undersökas. En undersökning av denna omfattning kan inte leda till någon ny teori, däremot kan den leda till att vissa generaliseringar kan göras om materialet i studien.

4 Metod

I följande kapitel kommer metodvalet att presenteras och urvalet för studien att beskrivas. Följaktligen kommer genomförande och analys att presenteras liksom studiens trovärdighet beskrivs. Kapitlet kommer att avslutas med en genomgång av de etiska överväganden som genomsyrar studien.

4.1 Metodval

Denna studie har en kvalitativ ansats. Metodvalet för studien innefattar intervjuer. Sex intervjuer har gjorts sammanlagt, tre i England och tre i Sverige. Intervjuerna gjordes mellan 12 februari och 13 april år 2016. Intervjuerna valdes att göra på respektive lärares arbetsplats, eftersom respondenterna ska känna sig bekväma i intervjusammanhanget (Bryman, 2008). Intervjufrågorna konstruerades först på svenska språket och sedan översatte jag samma frågor till det engelska språket. Se bilaga 2 – intervjufrågor. Öppna frågor har använts genomgående i denna studie, då sådana vid en intervju har många fördelar, exempelvis att respondenterna kan svara med egna ord och att det lämnar utrymme för oförutsedda reaktioner och följdfrågor. Semistrukturerade intervjuer var användbart vid denna kvalitativa studie för att kunna anpassa frågorna efter intervjusvaren utifrån ett fastställt intervjuschema, samt att eventuella följdfrågor kunde ställas. Ett lämpligt förhållningssätt vid en intervju med öppna frågor är att använda sig av sonderingsfrågor. Det innebär att om det skulle krävas ytterligare information, kan intervjuaren fråga exempelvis: ”kan du säga något mer om detta”. Detta kan vara till hjälp för att skapa större förståelse och för att inte tolka respondenten fel (Bryman, 2008).

4.2 Urval

Urvalet består av sex lärare, tre lärare i det engelska skolsystemet och tre lärare i det svenska skolsystemet. Innan respondenterna kontaktades fastställdes ett antal kriterier, som var relevanta med avseende på frågeställningarna. Eftersom både svenska och engelska matematiklärare omfattas är det viktigt att alla lärare uppfyller kriterierna. Detta är för att få ett homogent och relevant urval i undersökningen. Ett kriterium var att lärarna ska undervisa i grundskolan och i åldrarna 9-12 år. Ett annat kriterium var att lärarna ska undervisa i ämnet matematik och att de ska ha varit lärare i minst 5 år och ha god erfarenhet av matematikundervisning. Ett

flertal skolor kontaktades via e-mail och samtal. De lärare som ville ställa upp i studien ringdes upp och en kort presentation av studiens innehåll och de etiska ställningstagandena presenterades. Vidare informerades lärarna om att intervjuerna skulle spelas in i syfte att säkerställa att materialet inte skulle feltolkas. Det är viktigt att beskriva för respondenten vad studien syftar till, för att respondenten ska få större förståelse för studien.

Tabell 2. Beskrivning av de intervjuade lärarnas benämning, utbildning, ålder, åldersspannet de undervisar i, om de är svenska eller engelska matematiklärare och hur många år de har varit lärare.

Respondenternas benämningar:	Utbildning:	Ålder:	Undervisar i åldersspannet:	Arbetat som lärare i:	Svensk eller engelsk lärare
Lärare 1	Matematik och NO	48 år	10 - 12 år	17 år	Svensk
Lärare 2	Matematik, NO och bild	50 år	10 – 12 år	15 år	Svensk
Lärare 3	Matematik, svenska och engelska	30 år	7- 12 år	7 år	Svensk
Lärare 4	Matematik	38 år	9 – 13 år	16 år	Engelsk
Lärare 5	Matematik och engelska	32 år	9 – 13 år	7 år	Engelsk
Lärare 6	Matematik, NO och idrott	64 år	7 – 15 år	40 år	Engelsk

4.3 Genomförande och analys

Intervjuerna var mellan femton till trettio minuter långa. Några respondenter var mer öppna och svarade mer detaljrikt än andra. Intervjuerna transkriberades och analyserades ett flertal gånger. Depoy och Gitlin (1999) förklarar att det är viktigt att spela in de intervjuer man gör, för att sedan transkribera dem. Detta säkerställer också att viktig information inte ska glömmas bort. Intervjufrågorna ligger alla till grund för respektive samtal, vilket innebär att alla respondenter har fått en liknande utgångspunkt och möjlighet att uttrycka sig. Studien har omfattat sex stycken lärare, de valdes noggrant utifrån de kriterier jag fastställt. Intervjuerna har bearbetats med hjälp av *Grounded Theory*. Denna teori innebär att informationen som

framkommer under intervjuerna jämförs. Detta sker genom kategorisering, se 5.5 resultat-sammanfattning för de olika kategorier som skapats under studien.

4.4 Studiens trovärdighet

Tillförlitligheten av studien ökar i samband med att intervjugruppen är vald från olika miljöer, till exempel Sverige och England. Giltigheten och tillförlitligheten ökar vid kvalitativt inriktade intervjuer, där det redan finns fasta frågor att utgå ifrån. Vilket innebär att alla lärare har fått möjligheten att svara på samma grundfrågor (Bryman, 2008). Studien har en god giltighet, med detta menas att det som man avser att undersöka, också är det som faktiskt undersöks (Bryman, 2008). För att skapa en högre giltighet i studien valdes att spela in och transkribera intervjuerna för att få en fullständig uppfattning av de ”växlingar” som gjorts mellan intervjuaren och respondenten. Resultatet i studien besvarar de frågeställningar som den hade för avsikt att besvara och detta har lett till att studien enligt min uppfattning fått en god giltighet, vilket kommer att diskuteras mer i metoddiskussionen (kapitel 6).

4.5 Etiska överväganden

De etiska överväganden som gjorts inför studien grundas först och främst på *samtyckeskravet*, detta innebär att deltagarna själva har fått bestämma om de vill medverka i studien. Ett viktigt övervägande har också varit att utgå från *informationskravet*. Detta innebär att forskaren i studien informerade berörda respondenter om studiens syfte. En annan princip, som är viktig i studien, är *konfidentialitetkravet*. Med detta menas att alla som deltar i studien behandlas med största möjliga konfidentialitet, uppgifterna om respondenterna används på ett sätt, så att det inte går att identifiera respondenterna i studien. *Nyttjandekravet* är en annan princip som har varit viktig och det innebär att all datainsamling som behövs för studien endast får användas för forskningsändamålet (Bryman, 2008).

5 Resultat

I följande kapitel presenteras det resultat som framkommit i undersökningen. Resultatet redovisas utifrån studiens syfte och frågeställningar. Först beskrivs de strategier som de tre lärare använder i respektive land dessutom redogörs det för lärarnas motiveringar för de huvudräkningsstrategier de har valt. Därefter beskrivs de skillnader och likheter som har framkommit. Sedan redovisas lärarnas uppfattningar av huruvida huvudräkningsstrategier vid addition fyller en funktion vid annan inläring i matematik. Slutligen redovisas en resultatsammanfattning av strategierna, som utgör de kategorier som *Grounded Theory* perspektivet har resulterat i.

5.1 Svenska lärares val och motiveringar av huvudräkningsstrategier

I studien har det framkommit att de huvudräkningsstrategier svenska klasslärare, som undervisar i matematik, använder är följande: *algoritmer*, *talsorter var för sig*, *mellanled*, *additionstabellen*, *runda tal*, *förändra*, och *räkna uppåt*. Det kommer nu en mer individuell sammanställning av vad varje respondent har valt för strategier och motiveringar.

Lärare 1 har valt strategierna *talsorter var för sig*, *förändra* och *algoritmer*. Läraren förklarar även att deras benämningar kan variera och bero på vad läromedlen väljer att kalla dem. Det finns inga standardiserade benämningar som används för strategierna i klassrummet.

Lärare 1

Elever behöver träna i synnerlighet på huvudräkningssidan då, det är i grund och botten dom räknelagar som vi använder vi oss av. Att träna flexibilitet, nyttja dem och förstå dess praktiska tillämpning.

Vidare beskriver Lärare 1 att namnen på strategierna inte är det väsentliga och att det handlar i det stora hela om addition, den *kommutativa lagen* och den *associativa lagen*. Kan eleverna hantera och nyttja lagarna på rätt sätt kan de skapa större förståelse av de strategier de använder. Genom att använda sig av dessa lagar menar Lärare 1 också, att eleverna tränar på flexibilitet inom matematiken och skapar förståelse för deras praktiska tillämpningar. Vidare beskriver läraren även att det inte krävs lika mycket förståelse av vilka principer som ligger bakom, när man använder sig av *algoritmer*. Lärare 1 beskriver också att det är viktigt att

kombinera olika strategier, så eleverna får flera strategier med sig. En annan sak som framkommer under intervjun, är att Lärare 1 kombinerar skriftlig och mental huvudräkning, så att eleverna kan övergå till att bli säkra på ren mental huvudräkning. Lärare 1 beskriver att hen har ändrat valet av strategier utifrån erfarenhet som har samlats. Läraren har också iakttagit elevernas behov och vilka strategier eleverna behöver för att utvecklas. En annan aspekt som kommer fram under intervjun och som är betydelsefull är att eleverna ska känna sig bekväma med räknelagarna eftersom all aritmetik bygger på just lagarna. Om elever kan använda olika strategier slipper de belasta sitt arbetsminne så mycket. Läraren anser att eleverna behöver tränas mer i huvudräkning, eftersom hen flera gånger har mött elever i årskurs 4, som har jobbat för lite med huvudräkning. Det krävs mycket träning och då är det viktigt att man som lärare varierar undervisningen så att den är tilltalande för eleverna.

Lärare 2 förklarar att de i klassrummet länge har jobbat med *talsorter var för sig* och *algoritmer* men har också på senare år lagt till strategierna: *lägga till, ta bort* och *jämna till* vilket också kan nämnas som strävan efter *runda tal*.

Lärare 2

Ett tag var det inte så populärt att jobba med algoritmer, men jag har kört på med det ändå, för jag har sett att barn som har lite svårare för matematik, rent tekniskt kan fixa det sättet. Jag kallar det för huvudräkning men det kanske inte alla gör, men man räknar ju ihop talen i alla fall.

Lärare 2 har till största delen arbetat med strategin *algoritmer* och förklarar att eleverna behöver denna strategi för att klara sig i alla olika räknesätt. Det är viktigt att de automatiserar sin algoritmräkning och förstår vad den innebär. Lärare 2 förklarar även att fler strategier har lagts till med åren men att *algoritmer* och *talsorter var för sig* alltid har varit i fokus. Lärare 2 läser mycket forskning inom matematikdidaktik och forskningen styrker hens tankar om algoritmräkning. Läraren betonar även att det behövs mer träning inom huvudräkning. Med detta menas, det att det är bra att träna mycket på det, eftersom eleverna alltid kommer att ha nytta av att vara goda huvudräknare.

Lärare 3 beskriver att hen fokuserar på tre stycken strategier i undervisningen. De är följande: *algoritmer*, *räkna uppåt* och *mellanled* vilket också kan nämnas som *talsorter var för sig*.

Lärare 3

Alla elever lär sig på olika sätt och alla tycker att olika strategier är lättast och då vill jag kunna erbjuda dem olika strategier och sen får dom välja den som är lättast att använda och den som är mest lämpad för talet.

Lärare 3 beskriver, som citatet ovan återger, att det är viktigt att eleverna får en bred uppsättning av strategier i klassrummet, för att de ska kunna välja den som är mest lämplig. Läraren understryker även att alla elever lär sig på olika sätt och genom att ge alla elever olika strategier får eleverna välja, vilken de känner sig bekväm med och på detta sätt kan de lyckas när de ska lösa huvudräkningsuppgifter. Lärare 3 förklarar även att *algoritmer* och *talsorter var för sig* har använts sedan hen själv gick i skolan, men strategin att *räkna uppåt* för att få ett *runt tal* är en ny strategi, som tagits in i klassrummet. Vidare beskriver Lärare 3 att de strategierna är lämpliga att arbeta med, eftersom de tas upp i matematikböckerna *Alfa beta gamma*, och att eleverna känner sig bekväma med dem. I intervjun framhålls det även att strategierna har använts i klassrummet och då har det varit av stor vikt att försöka få med alla elever så att de förstår dem och bli förtrogna med dem. Huvudräkning är viktigt i hans klassrum och så fort eleverna ska räkna, försöker de först göra det i huvudet eller med penna och papper. Efter detta vill Lärare 3 att eleverna kontrollerar sina svar med hjälp av miniräknare. Under intervjun framkommer det att läraren anser att det behövs mer träning i huvudräkning. Behärskar eleverna huvudräkning, blir det lättare att göra överslagsräkning och hela processen att lösa en uppgift går desto snabbare. Eleverna behöver inte fokusera så mycket på själva uträkningen, utan de kan istället fokusera på problemet.

5.2 Engelska lärares val och motiveringar av huvudräkningsstrategier

Resultatet har visat att de huvudräkningsstrategier engelska klasslärare, som undervisar i matematik använder är följande: *Tallinje*, *algoritmer*, *talsorter var för sig*, strävan efter *runda tal*, *kommutativa lagen*, *additionstabell*, *colour coding*, *snabbhetstest*, *manipulera talen*, *tiokamrater* och *bridging*. Det kommer nu en individuell sammanställning av vad varje respondent har valt för strategier och deras motiveringar för dem.

Lärare 4 förklarar att när eleverna är i åldrarna 8 och 9 år används till stor del tallinjen som hjälp, för att eleverna ska se talen visuellt. Efter detta arbetar eleverna med att addera upp till närmaste tiotal och de använder sig också av *talsorter var för sig*.

Tiokamrater är också en strategi som används i klassrummet. En annan strategi för att se hur

eleverna klarar av huvudräkning inom addition, beskriver Lärare 4, är att använda snabbtester på *additionstabellen*. Lärare 4 använder även strategin *bridging* i sitt klassrum, för att eleverna ska få syn på att talet kan delas och kompletteras för att skapa tiotal.

Lärare 4

Place value is incredibly important at this age, before they start working in columns, so they have a really good understanding of how the value of the number is effected of where the digit is.

Lärare 4 beskriver att de strategier som väljs i klassrummet används för att eleverna känner sig säkra på att använda dem. *Tiokamrater* är en strategi eleverna arbetat med sedan de var 4 år och denna strategi känner sig de flesta mest bekväma med. Lärare 4 beskriver även att de i klassrummet använder många fler huvudräkningsstrategier nu än när hen började arbeta som lärare. Detta är för att eleverna har olika förmågor och därför behövs en blandning av strategier. De elever som har lättare för matematik kan använda alla dessa strategier på ett motiverat sätt, medan de elever som har lite svårare för addition i huvudet bara använder några få strategier, som de är mer bekväma med. Att använda sig av *talsorter var för sig* är bra för eleverna förklarar Lärare 4, eftersom de kan dela upp talet i tiotal och ental, för att därefter lägga ihop dem. Detta hjälper också eleverna att utveckla större förståelse av positionssystemet. Att använda sig av *snabbhetstest* för att undersöka kunskaper i *additionstabellen* beskriver läraren som bra, eftersom det då märks hur eleverna har automatiserat tabellen, alltså kan den utantill. I England görs det formella *snabbhetstest* inom addition, som alla som går i skolan måste göra, där eleverna har ungefär 5 sekunder på sig att svara på en uppgift, som läses upp från en CD- skriva. Detta test rättas inte av undervisande lärare. När Lärare 4 får tillbaka testen kan hen analysera och utvärdera vad eleverna kan och vad de behöver träna mer på. Läraren anser att elever behöver mer träning inom addition, för att det är en byggsten inom all aritmetik. I England börjar eleverna att arbeta med addition vid 4 års ålder och detta tycks ge resultat, då många elever gör beräkningar i huvudet och de känner sig ofta bekväma med att göra så. Lärare 4 avslutar intervjun med att säga ”The more mental strategies the students can handle, the better it is!”

Lärare 5 beskriver användningen av olika strategier, när hen ska undervisa inom addition. De strategier som beskrivs är: *talrytm*, *colour coding*, *räknelagarna*, *additionstabellen* och *talsorter var för sig*.

Lärare 5

I think that addition is a key component for maths, so strategies to ensure the fastest process in time are really essential.

Lärare 5 förklarar att de två strategier som används mest är *colour coding* och *talrytm*. Dessa två används för att hen har tagit del av mycket forskning som styrker att de är bra tillvägagångssätt för att lära sig huvudräkning effektivt. Läraren menar att om eleverna kan använda sig av estetiska hjälpmedel, kommer de att komma ihåg *additionstabellen* bättre. I klassrummet finns det en tavla föreställande *additionstabellen*, där det är olika färger för olika tal, exempelvis är primtal gröna. *Talrytm* används på det sättet att läraren tillsammans med klassen skapar olika ramsor för att komma ihåg *additionstabellen*. Lärare 5 anser att innan andra räknesätt ska läras ut, så ska eleverna känna sig bekväma med räknesättet addition, för att sedan gå vidare och arbeta med subtraktion. Lärare 5 har 30 elever i sin klass, där läraren anser att 25 elever är säkra på att räkna inom räknesättet addition, medan fem elever inte riktigt har kommit lika långt i sin process. Lärare 5 menar även att lärare i de lägre åldrarna måste träna addition med eleverna, för när de kommer upp i åldrarna 10 till 12 år ska eleverna ha automatiserat sin huvudräkning, eftersom det kommer mer avancerad matematik i den åldern.

Lärare 6 beskriver att de i klassrummet arbetar mycket med *tiokamrater*, *manipulera talen* och *additionstabellen*. De arbetar också med ett frågeformulär, där det är 26 rader med sju frågor i varje. Där är det additionsuppgifter som eleverna läser högt, sedan räknar ut i huvudet och till sist lämnar svar på. Under detta test tar läraren tid, för att se om eleverna förbättrat sin automatisering av *additionstabellen*.

Lärare 6

Train the brain into do things automatically so it can concentrate on the wider picture.
You know the big wheel London eye, what they believe happen is that imagine London eye with every number on it. And when you ask 5×9 the brain doesn't try to work it out but it speeds the wheel until it lands at the answer you have trained it to recognize.

Lärare 6 menar att det är viktigt att få eleverna att känna och handskas med talen. Ser de talet $2 + 1$ ska eleverna direkt utan att behöva fundera, svara 3, eftersom hjärnan är tränad på att känna igen *additionstabellen*. En annan strategi som används i klassrummet är *tiokamrater*. Denna tycker Lärare 6 är en bra strategi, för att se att ett tal kan innefatta olika siffror. Det som är viktigt, menar Lärare 6, är att ge eleverna självförtroende avseende många olika stra-

tegies. Lärare 6 betonar hur viktigt det är för eleverna att träna arbetsminnet. Om eleverna kan *additionstabellen* utantill när de kommer till en situation de inte tidigare varit i, exempelvis en problemlösningsuppgift, behöver inte eleverna fokusera på uträkningen, utan på själva problemet. Lärare 6 anser att ett stort problem i England är att lärarna inte är tillräckligt goda matematiker och kan förstå konsten av att hantera tal. Det som blir ett problem är att eleverna kommer till en ålder runt 12 år och skäms för att de inte kan räkna ut talen i huvudet. Istället för att träna och bli bättre på huvudräkning använder dagens elever hjälpmedel, som till exempel miniräknare. Allt det egentligen handlar om är att vara goda huvudräknare. Lärare 6 förklarar också att konsten att vara en bra lärare är att alltid fokusera på eleverna och vad de behöver för att kunna lära sig på bästa möjliga sätt.

5.3 Likheter och skillnader mellan lärares val av huvudräkningsstrategier

Algoritmer är en strategi som medparten av respondenterna använder sig av i huvudräkning i addition. Detta är den mest traditionella räknestrategin och är den mest effektiva vid användning av papper och penna enligt lärare 2. *Algoritmer* är en effektiv strategi, dock skapar det inte en flexibilitet i valet av strategier, eftersom den inte erbjuder möjlighet till andra matematiska strategier. En annan strategi som medparten av respondenterna använder sig av är *talsorter var för sig*. De förklarar strategin som en metod som gör det möjligt för eleverna att dela upp tal i olika termer. En annan likhet som framkommit är att lärarna ger möjlighet för eleverna att automatisera *additionstabellen* på olika sätt. Några lärare gör det på tid, alltså att eleverna får en viss tid på sig att lösa alla uppgifter på. En av lärarna tycker inte att det ska gå på tid, då det stressar eleverna och de inte får chans till att verkligen fokusera på vad det är de gör. Strävan efter *runda tal*, som i denna studie visat sig ha olika benämningar, är en vanlig strategi bland lärarna, när eleverna arbetar med huvudräkning. Lärarna anser att denna strategi gör det enklare för eleverna att lösa mer komplicerade uppgifter och de skapar även en grundlig förståelse för att tal kan ändras och delas upp.

De skillnader som finns mellan lärarnas val av strategier, är fler än de likheter som precis presenterats. Lärare 5 använder sig av *colour coding* och tror på att använda estetiska strategier i matematikundervisningen. Samma lärare använder sig även av *talrytm*, där de tillsammans i klassrummet skapar ramsor och sånger. Detta gör Lärare 5 för att eleverna ska kunna lära sig *additionstabellen* utantill och ha något att tänka tillbaka på, när de ska lösa olika uppgifter. Lärare 5 menar att alla elever har större möjlighet till att lära sig när estetiska inlägg, till ex-

empel att integrera *talrytm* i matematikundervisningen. En skillnad är att alla tre lärare i England använder sig av strategin *tiokamrater*. Lärare 5 beskriver att när elever ska lösa mer komplicerade uppgifter inom addition, kan de direkt se att talet kan delas upp och på detta sätt får de även större förståelse för talens värde. Lärare 4 redogör för en strategi som de andra lärarna inte tagit upp under intervjuerna, *tallinjen*. Läraren anser att eleverna visuellt kan se talen och på detta sätt få större förståelse av tals värde. *Bridging* är en strategi som endast används av Lärare 4. Likheter mellan denna strategi och andra strategier finns, exempelvis påminner *tiokamrater* om denna strategi.

5.4 Huvudräkningsstrategiers funktion för att underlätta vid annan inläring i matematik

Att träning i huvudräkning fyller en funktion för att underlätta annan träning i matematik är alla respondenterna överens om. De motiverar sina svar på olika sätt. Det är viktigt att förstå räknelagarna på ett reflekterande sätt. Detta är en aspekt som Lärare 1 anser vara viktig för all inläring i matematik. Med detta menar Lärare 1 att eleverna ska ha förståelse av att talen kan kastas om utan att det skapar förändring av svaret. Alla respondenter är också eniga om vikten av att eleverna känner sig säkra på huvudräkning och av att ha en god förståelse för hur tal är uppbyggda. Detta sammantaget fyller en stor funktion för annan inläring i matematik. Respondenterna menar att de som lärare ska ge eleverna en bra grund för positionssystemet och arbeta med detta kontinuerligt, så att eleverna alltid känner sig säkra på huvudräkning i olika sammanhang. En annan viktig byggsten som respondenterna är eniga om, är att för att eleverna ska lyckas inom huvudräkning, behöver de kunna tillämpa många olika strategier. Därför är det viktigt att läraren introducerar olika strategier och låter eleverna testa dem, för att se vilka som är mest lämpade för uppgiften de ska lösa. Lärare 2 anser att om eleverna alltid har en strategi att luta sig tillbaka mot, är det lättare att lära sig andra saker, och att kunna se mönster. Om eleverna räknar på ett sätt inom addition kan eleverna oftast göra så även inom andra räknesätt, med detta menar läraren att kan eleverna exempelvis använda sig av algoritmer i addition, kan de även använda det i subtraktion. Det belastar inte arbetsminnet så mycket, om eleverna har lämpliga och minnessparande strategier de kan välja mellan. När Lärare 3 förklarar vad som menas med att inte belasta arbetsminnet, beskriver läraren att eleverna inte behöver fokusera på vad svaret på beräkningen blir, utan eleverna kan istället fokusera på helheten och att göra rimlighetsbedömningar. Sammanfattningsvis, pekar alla respondenter i denna studie på, betydelsen av att eleverna känner sig säkra i huvudräkning inom addition.

Det gör dem till bättre matematikutövare inom de andra räknesätten, om de kan använda skilda strategier i olika sammanhang.

5.5 Resultatsammanfattning

Tabell 3 visar sammanfattningsvis de huvudräkningsstrategier som respektive lärare har valt att undervisa om inom räknesättet addition. Jag har utifrån *Grounded Theory* kategoriserat mitt resultat genom att sätta varje strategi som en egen kategori. Detta gör jag för att det ska bli enkelt att se de skillnader och likheter som finns mellan respektive lärare. De mest valda strategierna är *talsorter var för sig*, *algoritmer* och *additionstabellen*. I denna undersökning framkommer det även strategier, som endast de svenska matematiklärarna använder sig av, som *mellanled*, *räkna uppåt* och strävan efter *runda tal*. De engelska matematiklärarna använder sig av strategier som de svenska inte använder. Exempel på dessa är: *tallinje*, *colour coding*, *tiokamrater*, *bridging*, *snabbhetstest*, *additionstabeller*, *manipulera talen* och *talrytm*.

Tabell 3. Lärarnas val av strategier

	Lärare 1	Lärare 2	Lärare 3	Lärare 4	Lärare 5	Lärare 6
Algoritm	x	x	x			
Talsorter var för sig	x	x	x	x	x	
Mellanled			x			
Förändra	x					
Räkna uppåt			x			
Kommunikativa lagen	x				x	
Associativa lagen	x				x	
Tallinje				x		
Runda tal		x				
Colour coding					x	
Tiokamrater				x		x
Bridging				x		
Snabbhetstest				x		
Additionstabell				x	x	x
Manipulera talen						x
Talrytm					x	

6 Diskussion

I detta kapitel kommer studiens metod samt resultat att diskuteras. Under metoddiskussionen kommer studiens möjligheter och hinder att problematiseras. Det kommer också en diskussion kring datainsamlingen, samt diskuteras studies trovärdighet. Resultatdiskussionen kommer att utgå från undersökningens resultat och mot en bakgrund av valda teorier, resultat av tidigare forskning samt mot styrdokument i avsikt att problematisera studiens syfte och frågeställningar. Kapitlet avslutas med slutord och förslag till vidare forskning inom detta ämnesområde.

6.1 Metoddiskussion

Det empiriska material som använts i denna studie har transkriberats, analyserats och bearbetats. Detta i syfte att svara på de frågeställningar som studien utgått ifrån. Transkriberingarna har analyserats utifrån varje enskild lärare för att kunna hitta likheter och skillnader samt för att tolka de motiveringar lärarna uppgett. Materialet som gjorts har delats in i kategorier, för att lättare förstå och visa det resultat som framkommit. Det urval som representerar studien är tre matematiklärare från Sverige och tre matematiklärare från England. Antalet lärare var endast sex och detta beror på att tiden var begränsad för att finna lärare. Denna studie syftar inte till att få fram ett urval som är representativt för olika länder eftersom urvalet innefattar endast 3 lärare från respektive land. Studien ska enbart uppfylla studiens syfte och besvara frågeställningarna genom en kvalitativ forskningsstrategi. Metoden är noggrant beskriven, vilket höjer tillförlitligheten i studien. Hade studien haft ett annat urval kan det hända att samma resultat inte framkommit. Depoy och Gitlin (1999) beskriver att pålitligheten ökar om intervjugruppen är vald från olika miljöer. Olsson och Sörensen (2011) beskriver att det är viktigt att respondenterna har olika bakgrund då det bidrar till olika uppfattningar och val av huvudräkningsstrategier. I studien är respondenterna från olika miljöer och kommer från olika skol-system, vilket kan ha skapat en relativt hög tillförlitlighet.

För att skapa en högre giltighet i studien valdes att transkribera intervjuerna. Bryman (2008) anser detta som betydelsefullt, då viktig information inte glöms bort och chansen att missförstå respondenterna blir mindre. Det är också en fördel att intervjuerna kan lyssnas på flera gånger och detta ökar därmed studiens giltighet. En svaghet med studien är att ingen pilotstudie genomfördes, eftersom det var ett alltför begränsat antal lärare som ställde upp. Inför materialinsamlingen fastställdes kriterier för att skapa en högre giltighet i studien och för att respondenterna skulle kunna svara mot de frågeställningarna som gjorts i studien. Respondenterna skulle ha minst fem års erfarenhet av att undervisa i matematik i åldrarna 9-12 år. Det som fick tas i beaktande var att valet av lärare inte kunde väljas utifrån årskurs, då skolsystemet i England ser annorlunda ut, eftersom eleverna börjar skolan tidigare än eleverna i Sverige. En aspekt som kunde göra att resultatet får högre giltighet är om observationer var gjorda i respektive lärares klassrum. Detta skulle minska risken att inga missuppfattningar skulle uppstå. Under studiens gång har vissa omformuleringar av syfte och frågeställningar gjorts, inte för att påverka studiens resultat, utan för att svara mot de resultat utan att som framkommit av analyserna.

Intervjuerna i studien baserades på semistrukturerade intervjuer. Giltigheten och tillförlitligheten ökar vid intervjuer, där det redan finns fasta frågor att utgå ifrån. Följdfrågor ställdes vid förtydligande utifrån respondenternas svar (Bryman, 2008). Frågorna under intervjuerna anser jag har varit lättolkade och alla respondenter har kunnat svara på dem. En god giltighet har uppnåtts genom att frågorna ställdes på ett sätt så att inte några missuppfattningar kunde göras. Intervjufrågorna skapades först på svenska och sedan gjordes översättningar till det engelska språket. Olsson och Sörensen (2011) beskriver att semistrukturerade intervjuer innebär att frågorna läses upp i samma ordning till alla respondenter, så att likvärdigheten i intervjuerna blir den samma. Vid varje intervju har följdfrågor ställts i syfte att säkerhetsställa att inte intervjuaren eller respondenterna skulle missuppfatta frågorna. På detta sätt har giltigheten höjts. Alla intervjuer genomfördes i enskildhet med endast intervjuaren och respondenten närvarande. Olsson och Sörensen (2011) betonar att det är viktigt med enskilda intervjuer, så respondenten kan uttrycka sina tankar och åsikter anonymt. Lantz (2013) beskriver att det finns nackdelar med intervjuer i en kvalitativ undersökning. En aspekt är att forskare kan ha svårt att bortse från egna tankar kring ämnet och att inte avslöja egna åsikter. Därför är det viktigt som intervjuare att under intervjuernas gång tänka på att vara så objektiv som möjligt. Det resultat som framkommit i denna studie kan ha påverkats till viss del av att respondenterna har olika lärarutbildningar och kommer från olika skolsystem. Vikten av huvudräknings-

strategier har dock visat sig vara stor i båda länderna, så därför bör resultatet också ha en hög tillförlitlighet enligt min uppfattning. Avslutningsvis, har studiens syfte och frågeställningar besvarats genom en grundlig materialanalys och indelning av resultatet i kategorier enligt intentionerna i *Grounded Theory*.

Grounded Theory har varit användbart vid denna studie eftersom resultatet blir tydligt med olika kategorier. Det *Hermeneutiska perspektivet* har använts till att tolka respondenternas utsagor.

6.2 Resultatdiskussion

I denna studie har det framkommit att de vanligaste strategier de studerade lärarna använder sig av i sin undervisning är *talsorter var för sig*, *algoritmer* och *additionstabellen*. Denna studie kan ge matematiklärare kunskap om användbara strategier vid huvudräkning inom addition. Det är viktigt att lärare har god kunskap om olika strategier eftersom det står i Skolverket (2011) att eleverna ska ha en bred och flexibel uppsättning av strategier.

De likheter beträffande valen av strategier, (se Tabell 3), som framkommit i studien är till stor del i enlighet med vad den tidigare forskningen också konstaterat. Ett exempel på detta är att de flesta lärare använder sig av strategin *talsorter var för sig*. Strategin är vanligt förekommande inom räknesättet addition, många andra studier tar upp denna som väsentlig (Ghazali, Alias, Anuar Ariffin och Ayub, 2010; Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema & Empson, 1997). En av respondenterna från England förklarade att strategin är den som eleverna anser vara lättast att förstå och att arbeta med. Endast de svenska lärarna använder sig av *algoritmer* som huvudräkningsstrategi. Gary (1982) förklarar att när elever använder sig av *algoritmer*, känner de sig ofta säkra på att de får rätt svar men de har svårt att förklara vad det är som blir fel om svaret är felaktigt. Bobis (2006) redogör för att elever oftast använder denna strategi för att räkna ut svaret snabbt, dock saknar de förståelse för vad de egentligen gör.

Två strategier som endast upptäcktes hos en av de engelska matematiklärarna var *colour coding* och *talrytm*. *Colour coding* kan beskrivas som förklarar under kapitel 3.5. Det kan också beskrivas som lärare 5 menar, att ha olika färger för till exempel primtal, udda tal och jämna tal för att eleverna ska särskilja de olika talen. Wallerstedt (2009) konstaterar att musik och rytm har stor inverkan på inläring, eleverna lär sig genom att lyssna på olika klanger, dynamik, ramsor och tempo. En viktig del av inläringen i skolan och i livet utanför skolan, är att kunna lyssna, därför passar det bra att integrera musikämnet med matematikämnet (Wal-

lerstedt, 2009). Lärare 5 menar att eleverna lär sig addition genom att addera 2, 4, 6, 8, 10 och använder sig av en rytm, låt eller läte. Detta görs för att eleverna ska memorera de olika kombinationer av tal som finns och för att de inte ska belasta sitt arbetsminne varje gång de ska lösa en uppgift. Enligt Lopez (2014) är det betydelsefullt att elever får träna sitt arbetsminne, för att kunna utföra en operation så snabbt som möjligt. Detta kan göras genom att läraren lär ut strategier i form av bilder och skapar berättelser i form av att repetera *additionstabellen*. Varje gång eleverna ska lära sig strategier ska dessa presenteras muntligt så att de får höra och lära sig samtidigt (St Clair-Thompson, Stevens, Hunt & Bolder, 2010). Wiklund (2013) betonar att det är viktigt att integrera alla estetiska uttrycksmedel så som musik, bild och dans i alla ämnen. Hon menar också att om matematikläraren och estetikläraren har ett gott samarbete, kan ämnena integreras i varandra och detta skapar möjlighet till lärande (Wiklund, 2013). Skolverket (2011) betonar vikten av att eleverna ska få prova och utveckla olika uttrycksformer i undervisningen. Till exempel kan det vara när eleverna möter matematiska mönster och samband. Estetiska ämnen bör alltså integreras i hela skolans verksamhet.

I studien framkommer det även att lärarna vill träna elevernas arbetsminne för att de ska lösa operationer snabbt och flexibelt. Detta är enligt Vallée-Tourangea (2013) viktigt av den orsaken att om arbetsminnet är effektivt, är det lättare för eleverna att skapa och identifiera sätt att utföra operationer på. I en undersökning av Lopez (2014) konstateras det att prestationsförmågan hos vårt arbetsminne alltid kan stärkas. Om eleverna har ett högt presterande arbetsminne kan de snabbare räkna ut svaret, alternativt snabbt välja en lämplig strategi för operationen. Det framkommer även i Lopez (2014) studie att det är viktigt att använda olika laborativa material i undervisningen för att stärka arbetsminnet.

Respondenterna i denna studie är eniga med Ruthven (1998) som förklarar att det är viktigt att eleverna ska konstruera egna strategier men också att läraren ska ge dem goda förutsättningar för att tillämpa olika strategier, alltså att introducera många olika strategier för eleverna i undervisningen. Elever har en förmåga att lösa uppgifter utifrån vad läraren har undervisat om och därför är det viktigt att ge eleverna chans till fler strategier i undervisning om addition. Eleverna får genom att använda olika strategier utveckla sin beräkningsförmåga och får en bredare förståelse för talsystemet. Eleverna får även möjlighet till att kunna tillämpa strategier som passar till vardagen, om de exempelvis går och handlar. Farran & Varol (2007) framhåller olika fördelar med att använda sig av ett varierat antal strategier inom addition. Dessa för-

delar är att eleverna kan blanda och skapa egna strategier, som nämnts tidigare. Eleverna får även en bättre förståelse för talsystemet, samt en bred och flexibel uppsättning av strategier och de kan på detta sätt välja en strategi som är lämpad för uppgiften i fråga.

Att respondenterna har fått göra motiveringar till de strategier de väljer att använda inom addition, gör att läsaren verkligen får en inblick i varför lärarna anser att just dessa strategier är bra. Det är viktigt att poängtera att lärarna i studien kan använda andra strategier som de kanske inte belyst under intervjutillfällena. Detta är av stor relevans för alla matematiklärare, som vill ha större inblick i vilka strategier som eleverna lär sig att tillämpa på bästa sätt. Om eleverna har en bred uppsättning av strategier kan de välja och tillämpa den mest passande strategin. Det är också mycket viktigt att lärarna faktiskt introducerar flera strategier då elever lär sig på olika sätt och en strategi passar kanske en elev, medan en annan strategi passar en annan elev bättre. Avslutningsvis, kan jag konstatera att de fem frågeställningar som ställts har blivit besvarade och syftet med studien är uppnått.

6.3 Slutord och förslag på vidare forskning

Denna studie har gett en grundlig förståelse av vilka strategier som de intervjuande lärare använder när de undervisar inom huvudräkning i räknesättet addition. De mest valda strategierna är *talsorter var för sig*, *algoritmer* och *additionstabellen*. Studien ger förhoppningsvis lärare tips på strategier som kan användas i matematikundervisningen för att eleverna ska lära sig på bästa möjliga sätt. Det är viktigt att varje lärare ger eleverna chans att lyckas och genom att variera valet av strategier i undervisningen skapa denna möjlighet. Det hade varit intressant att genom vidare forskning, att undersöka vilka huvudräkningsstrategier som elever i framstående länder i TIMMS undersökningarna använder sig av.

Avslutningsvis, vill jag tacka alla respondenter som har deltagit i min undersökning och gjort det möjligt att göra en jämförande studie mellan lärare i Sverige och England inom detta ämnesområde. Studien har bidragit till att jag fått utveckla kunskaper om huvudräkning inom addition och detta är av stor nytta i min framtida roll som lärare i matematik.

7 Referenser

Bryman, A. (2008). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Johanneshov: TPB.

Bobis, J. (2006). From Here to There- The Path to Computational Fluency with Multi Digit Multiplication. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(4), 22-27 Hämtad 27 April, 2016, från: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ793989.pdf>

Carpenter, T. P., Franke, M., Fennema, M., Levi, L., & Empson, S. (2000). *Children's mathematics: cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter, T. P., Franke, M., Jacobs, V. R., Fennema, E., & Empson, S. (1997). A Longitudinal Study of Invention and Understanding in Children's Multi digit addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 3-20. Hämtad 21 April, 2016, från: <http://www.uta.edu/faculty/tjorgens/WNO/jrme.pdf> *Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter, T. P., Hiebert, J., & Moser, J. (1981). Problem structure and first grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for Research in Mathematics Education*. 12(1), 27-39. Hämtad 1 April, 2016, från: <http://www.jstor.org/discover/10.2307/748656?sid=21105963321733&uid=3738984&uid=2&uid=70&uid=2129&uid=4>

DePoy, E., & Gitlin, L. (1999). *Forskning – en introduktion*. Lund: Studentlitteratur.

Department of Education. (2013). *National curriculum in England: mathematics programmers' of study: key stages 1 and 2*. (2013). Hämtad 2 April, 2016, från: https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/335158/PRIMARY_national_curriculum_-_Mathematics_220714.pdf

Farran, D., & Varol, F. (2007). Elementary School Student's Mental Computation Proficiencies. *Early Childhood Education Journal*, 35(1), 89-94. doi:10.1007/s10643-007-0173-8

Firkins, J. (1983). MANIPULATING NUMBERS: The Mathematics Teacher, Vol. 76, No. 4, Gifted Students, 256-260. *National Council of Teachers of Mathematics Stable*. Hämtad 24 April, 2016, från: <http://www.jstor.org/stable/27963462>

Ghazali, M., Alias, R., Arriffin. N., & Ayub, A. (2010). Identification of Students' Intuitive Mental Computational Strategies for 1, 2 and 3 Digits Addition and Subtraction: Pedagogical and Curricular Implications. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*. Vol.3317-38. Hämtad 11 April, 2016, från: [http://eric.ed.gov/?redir=http%3a%2f%2fwww.recsam.edu.my%2fR%26D_Journals%2fYEAR2010%2fjune2010vol1%2fmunirah\(17-38\).pdf](http://eric.ed.gov/?redir=http%3a%2f%2fwww.recsam.edu.my%2fR%26D_Journals%2fYEAR2010%2fjune2010vol1%2fmunirah(17-38).pdf)

Gary, L. (1982). Let's Teach Mental Algorithms for Addition and Subtraction Author(s): Musser Source: *The Arithmetic Teacher*, Vol. 29, No. 8. 40-42. National Council of Teachers of Mathematics Hämtad 21 April, 2016, från: <http://www.jstor.org/stable/41190141>

Huang, K., & Yang, D. (2014). An Intervention Study on Mental Computation for Second Graders in Taiwan. *The Journal of Educational Research*, 107(1), 3-15.doi: 10.1080/00220671.2012.753854

Karlsson, N., & Kilborn, W. (2015). *Konkretisering och undervisning i matematik: matematikdidaktik för lärare*. 1. uppl. Lund: Studentlitteratur.

Lantz, A. (2013). *Intervjumetodik*. (3. Uppl). Lund: Studentlitteratur.

Liu, A., Kallai, A., Schunn, C., & Fiez, J. (2015). *Using mental computation training to improve complex mathematical performance*. Hämtad 2 April, 2016, från: <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11251-015-9350-0>

Lopez, M. (2014). Development of Working Memory and Performance in Arithmetic: a Longitudinal Study with Children. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 12(1), 171-190 Hämtad 2 April, 2016, från: <http://www.investigacionpsicopedagogica.org.e.bibl.liu.se/revista/new/english/ContadorArticulo.php?884>

Löwing, M. (2008). *Grundläggande aritmetik - Matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur.

McIntosh, A. (2010). *Förstå och använd tal - en handbok*. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning.

Nivbrant Wedin, E. (2012). *Spela med hela kroppen: rytmik och motorik i undervisningen*. Stockholm: Gehrmanmusikförlag.

Ruthven, K. (1998). The Use of Mental, Written and Calculator Strategies of Numerical Computation by Upper Primary Pupils within a 'Calculator-aware' Number Curriculum. *British Educational Research Journal*, 24(1), 21-42.Hämtad 4 Maj, 2016, från: <http://www.jstor.org/stable/1501754>

Skolverket. (2011). *Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Fritzes.

St Clair-Thompson, H., Stevens, R., Hunt, A., & Bolder, E. (2010). Improving children's working memory and classroom performance. *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology*, 30, 203-219. doi:

10.1080/01443410903509259

Olsson, H., & Sörensen, S. (2011). *Forskningsprocessen: kvalitativa och kvantitativa perspektiv*. 3. uppl. Stockholm: Liber.

Vallée- Tourangeau, F. (2013). Interactivity, Efficiency, and Individual differences in Mental Arithmetic. *Experimental Psychology*, 60(4), 302-311. doi: 10.1027/1618-3169/a000200

Wallerstedt, C. (2009). *Vad hörde du? Om musikalisk urskiljning*. Pramling Samuelsson, Ingrid och Pramling, Niklas, [red.]. Didaktiska studier från förskola och skola. Enskede: TPB.

Wiklund, U. (2013). Det estetiska perspektivet lyser igenom allt. *Alfa, Lärarnas Nyheter, Lärarförbundets tidning för lärare i svenska SO-ämnen och språk*. Publicerad: 2013-06-03. Hämtad 20 April, 2016, från: <http://www.lararnasnyheter.se/alfa/2013/06/01/estetiska-perspektivet-lyser-igenomallt-0>

Bilaga 1 - The national curriculum for mathematics key stage 1-2

I bilaga 1 har det väsentliga till denna studie från *The national curriculum for mathematics* valts ut.

The national curriculum for mathematics aims are to ensure that all pupils becomes fluent in the fundamentals of mathematics, that they get a great understanding and are able to reason mathematically using the mathematical language. Pupils should also be able to solve problems using a variety of routine, this including breaking down problems into smaller and simpler steps in order to solve the problem. The main focus of mathematics teaching in this stage is to ensure that the pupils get a greater understanding of the place value and the number system. They should have the ability to solve larger problems with both written and mental calculations. It is also essential that pupils can read, pronounce and spell the mathematical vocabulary correctly. Calculators should not be introduced to students until the end of key stage 2. The calculators should not be used as a substitute for a good mental arithmetic.

Pupils should be comfortable to represent and use number bonds and their mental arithmetic must be secure within this. Pupils should be taught to perform mental calculations, including with mixed operations and large numbers identify common factors, common multiples and prime numbers. The pupils should use their knowledge of the order of operations to carry out calculations involving addition multi-step problems in contexts and decide which operations and methods to use and why. Pupils also should be taught to solve problems involving addition and use estimation to check answers to calculations and determine, in the context of a problem, an appropriate degree of accuracy. Pupils should practice addition for larger number, using both written and mental methods. They undertake mental calculations with increasingly large numbers and to be able to solve problems and round up the answer to specified degrees of accuracy. Another requirement is that the pupils should be taught to solve problems including missing number problems, use number fact and more advanced addition. Pupils should know that addition can be done in any order using the commutative laws (Department of education, 2013).

Bilaga 2 - Intervjufrågor

De intervjufrågor som ligger till grund för studien är följande:

- Vilka huvudräkningsstrategier har du valt att undervisa om inom addition?
- Varför har du valt dessa strategier?
- Har du under din yrkesaktiva tid ändrat valet av strategier, som du undervisar om?
- I vilka sammanhang tror du, att dina elever kommer att få användning av sina strategier för huvudräkning vid addition?
- Tror du att träning i huvudräkningsstrategier vid addition fyller en funktion för att underlätta annan inläring i matematik?
- Tror du att det behövs mer träning i huvudräkning för eleverna?
- Eventuella följdfrågor