



JÖNKÖPING UNIVERSITY

*School of Education and  
Communication*

# Hur instruktioner påverkar elevers delaktighet

Matematisk problemlösning i grupp

**KURS:** Examensarbete för grundlärare 4-6, 15 hp

**PROGRAM:** Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i grundskolans  
årskurs 4-6

**FÖRFATTARE:** Madeleine Daag

**HANDLEDARE:** Annica Otterborg

**EXAMINATOR:** Robert Gunnarsson

**TERMIN:** VT18

## **SAMMANFATTNING**

---

**Hur instruktioner påverkar elevers delaktighet - Matematisk problemlösning i grupp**  
Antal sidor: 31

---

Grupparbete är ett arbetssätt som ger elever möjligheter att utveckla både sina ämneskunskaper och sin förmåga att samarbeta (Johnson & Johnson, 1999). Men grupparbete är ett komplicerat arbetssätt som kräver engagemang från samtliga deltagare för att alla elever ska kunna utvecklas. Det är inte ovanligt att en elev i gruppen väljer att inte vara aktiv. Eleven låter då resterande elever i gruppen lösa uppgiften själva (Forslund Frykedal, 2008). Det här är ett scenario som gör att alla elever inte blir delaktiga vid problemlösningen och därmed inte får samma möjligheter att utveckla sin problemlösning- och samarbetsförmåga. Syftet med studien är att undersöka och utveckla instruktioner till problemuppgifter som ökar alla elevers delaktighet och ansvarstagande vid grupparbete. För att kunna besvara syftet används design research som metod. Genom metoden undersöks och utvecklas pedagogiska insatser.

Studien visar att strukturerade instruktioner till problemuppgifter påverkar elevernas delaktighet positivt. Användandet av ett problemlösningsschema med flera steg gav ett positivt resultat då gruppmedlemmarna lade stor tid på problemlösningssprocessen. Det gav alla medlemmar tid att ställa frågor, framföra idéer samt bygga vidare på sina egna och andras resonemang under hela processen. I första steget i problemlösningsschemat uppmanades eleverna att se till att alla gruppmedlemmar förstod uppgiften innan problemlösningssprocessen inleddes. Studien visar att fler elever tog ansvar för att alla gruppmedlemmar skulle ha förståelse för problemet när de genom instruktionerna blev uppmuntrade till det.

---

Sökord: Problemuppgift	Delaktighet	Grupparbete	Instruktioner
------------------------	-------------	-------------	---------------

---

## **Abstract**

---

**How instructions affect student's participation** – Mathematical problem solving when working in groups.

Number of pages: 31

---

Working in groups is a way of working that allows students to develop both their subject knowledge and their ability to collaborate (Johnson & Johnson, 1999). However, working in groups is complicated and that requires commitment from all participants to enable all students to develop. It is not uncommon that student in the group choose not to be active. The student then forces the remaining students in the group to solve the task themselves (Forslund Frykedal, 2008). This is a scenario that causes some students not to be involved in problem solving and thus not to be given the same opportunities to develop their problem solving and collaborative skills. The purpose of the study is to analyze and develop instructions for problem solving tasks that encourage the involvement and responsibility of all students in the group work. A design research method was used to achieve the purpose of the study.

The study shows that structured instructions in problem solving affected students' participation in a positive way. The use of a multi-step problem solving schedule resulted in that students spent more time on the problem solving process. This gave all the students time to ask questions, present ideas, and build on their own and other students' reasoning throughout the process. The instruction in the problem solving schedule that encouraged the students to ensure that everyone in the group understood the problem led to that more students took responsibility for all the students in the group to understand the problem. In summary, the study showed that a problem solving schedule enhanced the students' participation and responsibility.

---

Keywords: Problem solving

Participation

Group work

Instructions

---

# Innehållsförteckning

1 Inledning	1
2 Bakgrund	2
2.1 Matematiska problemuppgifter	2
2.2 Varför matematisk problemlösning	3
2.3 Grupparbete	4
2.4 Sociokulturellt perspektiv	5
2.5 Samarbete eller uppdelning av grupparbetet	6
2.6 Typ av uppgift och dess betydelse	6
2.7 Delaktighet vid grupparbete	8
3 Syfte och frågeställningar	10
4 Metod	11
4.1 Design research	11
4.2 Datainsamlingsmetod	12
4.3 Urval	13
4.4 Forskningsetiska principer	14
4.5 Uppgifternas utformning	15
4.6 Materialanalys	16
4.7 Validitet och reliabilitet	18
5 Resultat	20
5.1 Resultat av problemuppgift ett	20
5.2 Grunden till utvecklingen av instruktionerna till uppgift två	21
5.3 Resultat av problemuppgift två	21
5.4 Grunden till utvecklingen av instruktionerna till uppgift tre	22
5.5 Resultat av problemuppgift tre	22
5.6 Instruktionernas påverkan	23
5.7 Hur instruktioner kan utformas för att nå hög grad av delaktighet.	25
6 Diskussion	27
6.1 Metoddiskussion	27
6.2 Resultatdiskussion	28
6.2.1 Problemuppgiftens svårighet	28
6.2.2 Gruppdynamikens påverkan	29
6.2.3 Strukturerad eller ostrukturerad process	29
6.2.4 Implikationer för forskning och undervisningspraktiken	31
7 Referenslista	32
Bilagor	35

# 1 Inledning

*Working together to achieve a common goal produces higher achievement and greater productivity than does working alone* (Johnson & Johnson, 1999, s.72). Citatet är framtaget som en sammanställning av över 550 forskningsstudier som Johnson och Johnson samlat in och studerat inom området. Liknande resultat, att elever som arbetat med matematisk problemlösning i grupp presterar bättre på individuella tester än de elever som arbetat individuellt, kom vi fram till i en tidigare litteraturstudie (Andersson & Daag, 2016). När elever arbetar i grupp diskuterar de lösningen samt metoden och strategin som använts för att lösa uppgiften. Matematisk problemlösning i grupp är en arbetsform som kan användas för att skapa en varierad undervisning, utveckla engagemang och skapa intresse samt för att öka elevernas lärande. För att skapa ett fungerande grupparbete är det väsentligt att ta hänsyn till flertalet aspekter som gruppstorlek, gruppammansättning, gruppdynamik och val av uppgift. Lärare inom matematik har enligt Granström (2003) ett skeptiskt synsätt till att använda grupparbete som arbetsmetod. Det kan bero på bristande kunskap av arbetsmetoden och osäkerhet i hantering av komplexiteten vid grupparbete. Grupparbete kan bland annat skapa en ojämn arbetsfördelning där enbart en eller några få av eleverna löser uppgiften. Vid sådana situationer blir inte alla elever delaktiga vilket minskar elevernas intresse (Forslund Frykedal, 2008).

Uppgiftens utformning har stor betydelse för gruppens samarbete och alla elevers delaktighet (Forslund Frykedal, 2008). En klurig problemuppgift med endast en möjlig lösningsmetod och ett rätt svar, kan exempelvis leda till att en högpresterande gruppmedlem löser uppgiften utan hjälp av resterade gruppmedlemmar (Hammar Chiriac, 2013a; Steiner, 1966). Situationen kan leda till minskad motivation och minskat engagemang hos de mindre skickliga eleverna (Hammar Chiriac, 2013a). Studien syftar till att undersöka och utveckla instruktioner som ökar elevernas ansvarstagande och delaktighet vid grupparbete.

## 2 Bakgrund

### 2.1 Matematiska problemuppgifter

Ett matematiskt problem definieras generellt som en uppgift utan någon känd lösningsmetod för personen som försöker lösa den. En problemuppgift för en person behöver alltså inte vara ett problem för en annan, trots att uppgiften kan vara svår och komplex. Därför går det inte alltid att definiera en stor uppgift med många komponenter som en problemuppgift om den som ska lösa uppgiften sedan tidigare vet hur resultatet ska nås, trots att processen för att nå resultatet är utdragen (Schoenfeld, 2013). Hagland et al (2005) beskriver det som att problemuppgifter kräver en ansträngning av den som ska lösa uppgiften och hen har ingen given procedur för hur lösningen ska ske. På liknande sätt definierar Skolverket en problemuppgift, en uppgift där eleven inte direkt vet hur den ska lösas och eleven behöver istället pröva sig fram för att finna en lösning (Skolverket, 2011a).

Enligt Polya (1970) bör eleven tillämpa ett problemlösningsschema vid lösning av en problemuppgift för att skapa struktur i lösningsprocessen. Först bör eleven skapa en förståelse för uppgiften, förstå vad som söks, vad som är givet samt hur villkoren för uppgiften lyder. Sedan bör eleven enligt schemat göra upp en plan, fundera på om hen sett liknande problem i en någon annorlunda form eller något annat närbesläktat problem som kan komma till användning. Därefter tillämpas planen för att lösa problemet i fråga. När lösningen och svaret är funnet bör den som löst uppgiften granska och kontrollera så att allt är rätt. Slutligen bör en reflektion ske om resultatet och metoder är relevanta vid andra problemlösningar (Polya, 1970). Problemlösningsschemat kommer användas i studien för att skapa en struktur till hur eleverna ska gå tillväga vid problemlösningen.

Uppgifternas svårighetsgrad är väsentlig vid arbete med problemlösning eftersom svåra uppgifter kan leda till stor frustration hos eleverna, medan enkla uppgifter kan leda till att eleverna undgår en utvecklingsmöjlighet (Löwing & Kilborn 2002). Enligt Löwing och Kilborn bör därför problemlösningssuppgifterna väljas med stor omsorg för att undvika att eleverna mister sitt engagemang och intresse för att lösa problemuppgifter. Vid problemuppgifter arbetar eleverna inte med repetitiv inläring utan istället utvecklar de sina matematiska kunskaper genom att undersöka och testa. Problemlösning kan öka

elevernas engagemang då de i första hand är intresserade av att lösa problemet (Hansson, 2011).

## 2.2 Varför matematisk problemlösning

Matematisk problemlösning är en del av syftet med undervisningen i matematik vilket framkommer i syftestexten i kursplanen. *Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat* (Skolverket, 2011b, s.54). Hagland, Hedrén & Taflin (2005) framför att problemlösning kan utveckla ett intresse och glädje för matematiken vilket är ett mål i sig självt med undervisningen (Skolverket, 2011b, s.55). Utmaningen med problemuppgifter kan i sig öka elevers lust till att arbeta med matematik och motivera eleverna till att vilja lära sig mer (Hagland et al. 2005).

Anledningen till att eleverna ska arbeta med matematisk problemlösning är bland annat för att de ska kunna utveckla djupare förståelse för matematiska begrepp och metoder. Genom problemlösning utvecklar eleverna ett sätt att tänka som är användbart när de ska lösa andra matematiska uppgifter (Lester och Lambdin 2007). Vid problemuppgifter kan eleverna utveckla sin förmåga att tänka såväl kreativt och självständigt som logiskt, systematiskt och strukturerat (Hagland et al. 2005). Matematik handlar om att systematiskt utforska och utreda det matematiska objektet (Schoenfeld, 2013).

Matematik blir logisk och sammanhängande när eleven får förståelse för den. Förståelse ger motivation då förståelse skapar en positiv känsla för matematiken när den är begriplig (Lester & Lambdin, 2007). När en elev förstår en process innebär det, till skillnad från memorerande eller imiterande, att eleven inte glömmer kunskapen. Det man förstår kommer man ihåg. Elever som frågar vilket räknesätt de ska använda vid exempelvis textuppgifter har lärt sig matematiska principer och procedurer för att lösa rutinuppgifter, men saknar förståelsen för varför proceduren ger ett korrekt svar. (Lester & Lambdin, 2007). Skemp (2006) belyser det här genom begreppen instrumentell förståelse och relationell förståelse. *Instrumentell* förståelse är inriktad på metoder, procedurer och algoritmer, det vill säga hur eleven går till väga. Att lära sig att utföra en process är enklare än att skaffa sig förståelsen av varför processen fungerar. Eleverna lär sig en metod och får snabbt fram ett svar när de använder den. *Relationell* förståelse innebär att ha förståelse av varför metoder fungerar, hur de kan anpassas när det behövs och förståelsen kräver då mer

omfattande kunskaper. Skemp framför även att elevernas inre motivation ökar då deras förståelse är relationellt orienterad. Det kan leda till att eleverna utvecklar ett större engagemang till att förstå och utforska nytt material i sitt lärande (Skemp, 2006).

### 2.3 Grupparbete

Enligt Trends in International Mathematics and Science Study (Skolverket, 2012) är enskilt arbete med läroböcker den mest dominerande undervisningsmetoden i de svenska matematikklassrummen. Dessvärre ger det här arbetssättet eleverna färre möjligheter att utveckla sin samarbetsförmåga eftersom möjligheterna för samtal och interaktion elever mellan minskar (Hansson, 2011). Elever kan då senare i livet möta svårigheter eftersom samhället idag ställer höga krav på samarbete i team- och lagarbete (Forslund Frykedal, 2008).

Länge har lärande och undervisning haft sin grund i att eleverna aktivt ska lyssna på läraren som i sin tur har som uppgift att förmedla kunskapen. Elevernas självständiga arbete var nyckeln till kunskapsutveckling, och samtal mellan eleverna ansågs som fusk (Williams, 2006). Idag kombineras förmedlingspedagogiken med andra undervisningsmetoder, bland annat används grupparbete som ett redskap för elevernas kunskapsutveckling (Hammar Chiriac, 2013a). Grupparbete ger eleverna möjligheterna att uttrycka sina tankar i ord på ett annat sätt vilket ger eleverna förutsättningar att utveckla sitt tänkande då kunskapen blir konkret och synlig för dem själva (Díez-Palomar & Olivé 2015). Det leder även till att de andra gruppmedlemmarna får möjligheten att utveckla sina kunskaper. Då en gruppmedlem formulerar sina tankar i ord, blir lösningen synlig och kan bli föremål för reflektion (Díez-Palomar & Olivé 2015).

Genom reflektion och diskussion i gruppen får eleverna återkoppling på sina tankar, vilket kan inspirera deltagarna till att överge felaktiga föreställningar och i stället söka efter nya korrekta (Hammar Chiriac 2013a). Gruppdiskussioner ger därför eleverna möjlighet att utveckla sitt kritiska tänkande, vilket i sin tur kan leda till att nya idéer och insikter växer fram (Hammar Chiriac, 2013a). Undervisningen ska syfta till att ge eleverna en möjlighet att utveckla sin förmåga att argumentera logiskt och föra matematiska resonemang, vilket är två delar som eleverna får möjlighet att utveckla vid grupparbete (Skolverket, 2011b).



## 2.4 Sociokulturellt perspektiv

Det sociokulturella perspektivet på lärande har sitt ursprung i Lev Vygotskijs arbete om utveckling, lärande och språk där interaktionen mellan människor är den viktigaste drivkraften (Säljö, 2014). Perspektivet handlar om hur människor utvecklar sina förmågor som är kulturella till sin karaktär såsom att läsa, skriva, resonera abstrakt, lösa problem (Säljö, 2012). Kunskaper överförs inte direkt mellan människor utan snarare vid tillfällen då människor är delaktiga vid interaktion och kommunikation. Perspektivet demonstrerar en kultur där människor vägleder varandra till nya kunskaper och hjälps åt att fylla varandras kunskapsluckor (Williams, Sheridan, Pramling & Samuelsson, 2000).

Språket används som ett redskap när människan tänker och kommunicerar. Begrepp som procent, typvärde och kilometer är redskap som används när människor tänker och talar. Med hjälp av de redskapen kan vi beskriva, analysera och kommunicera om världen (Säljö, 2015). Genom att kommunicera med andra människor blir hen delaktig i sättet att beteckna och beskriva omvärlden och kan därmed samspela med sina medmänniskor i olika aktiviteter (Säljö, 2014). Vid grupparbete används kommunikation för att eleverna ska bli delaktiga i varandras erfarenheter, kunskaper och utveckling (Säljö, 2014). Språket används för att definiera och lösa problem, samt gör det möjligt för oss människor att analysera och förstå.

Problemlösning i grupp leder till att eleverna får möjligheter att gå in i nya kunskapsområden (Williams et. al. 2000). När elever arbetar i grupp samtalar de med varandra och de får unika möjligheter att förstå och lära sig något av varandra utifrån perspektivet. Elever lär av varandra för att de pratar på en nivå som de lätt förstår, samtalar direkt utan omskrivningar samt tar varandras argument och återkoppling på allvar. Elevers dialoger är till sin natur ett utbyte av idéer mellan jämlikar (Williams et. al, 2000). Vid samtal kan elever få hjälp att förstå omvärlden, genom att en annan elev benämner och kommunicerar sitt sätt att förstå omvärlden på. En elev hjälper en annan att tolka omvärlden (Williams et. al. 2000). Vid grupparbete uppkommer tillfällen då eleverna är oeniga. Då tvingas eleverna bli medvetna om att det finns andra ståndpunkter än deras egna. De får då möjligheten att pröva sina egna antagande angående den aktuella frågan (Williams et. al, 2000).

## 2.5 Samarbete eller uppdelning av grupparbetet

Vid grupparbete kan elever arbeta tillsammans som en grupp eller dela upp arbetet mellan varandra och arbeta mer individuellt (Forslund Frykedal, 2008). Vilken typ av grupparbete det blir beror till stor del på vilken uppgift som ges till eleverna, och vad som krävs av dem. De två typerna av grupparbete benämns sammanhållen respektive individuell. Vid den förstnämnda, sammanhållen, arbetar eleverna tillsammans för att nå ett gemensamt mål. Vid en individuell typ av grupparbete kan eleverna istället dela upp uppgiften i mindre delar som de sedan löser enskilt för att till sist lägga ihop för att presentera som ett grupparbete. När uppgiften går att dela upp i mindre delar väljer eleverna att göra det. För att avstyra uppdelning vid grupparbete kan läraren använda sig av en sammanhållen uppgift eftersom dess uppbyggnad kräver att eleverna arbetar tillsammans. Varje gruppmedlems bidrag blir en förutsättning för att nå en optimal prestation (Forslund Frykedal, 2008). En sammanhållen uppgift syftar till att utnyttja gruppens kompetens, där deltagarna måste arbeta tillsammans för att nå ett mål. Ingen är klar förrän alla har förstått och klarat av uppgiften (Hammar Chiriac, 2013a). Den sammanhållna uppgiften kan bidra till att eleverna får en ökad förståelse för den gemensamma uppgiften eftersom uppgiften ofta bidrar till frågor angående innehållet och metoden, vilket leder till ett ökat samarbete mellan eleverna (Forslund Frykedal, 2008). Uppgiften utvecklar behovet av att hjälpa och stödja varandras lärande, vilket i sin tur leder till en ökad motivation hos eleverna då de bidrar med information till varandra (Hammar Chiriac, 2013a). Samarbetet i gruppen kan varieras på olika sätt beroende på uppgiftens omfattning, innehåll och instruktion. För att eleverna ska lyckas med sitt grupparbete behöver de instruktioner som är anpassade efter deras kompetenser. Instruktioner som styr uppgiftsprocessen i allt för stor utsträckning kan minska behovet av diskussioner i gruppen då eleverna har en förutbestämd väg att ta sig till lösningen av uppgiften. Eleverna behöver då inte reflektera över uppgiftens innehåll eller diskutera gruppens olika uppfattningar (Forslund Frykedal, 2008).

## 2.6 Typ av uppgift och dess betydelse

För att grupparbetet ska vara gynnsamt för eleverna är det väsentligt att läraren använder en uppgift som uppmuntrar till samarbete istället för individuellt arbete (Forslund Frykedal, 2008). Steiner (1966) presenterar olika typer av uppgifter som uppmuntrar till olika sorter av grupparbete: additiva, disjunktiva, konjunktiva, kompensatoriska eller komplementära:

Vid en *Additiv* uppgift genomför gruppmedlemmarna arbetet samtidigt i samma riktning och alla elevers bidrag värderas lika. Ett exempel på additiv uppgift är *brainstormning*. Denna typ av uppgift kan bidra till en ökad delaktighet hos samtliga elever eftersom såväl hög som lågpresterande deltagare får möjlighet att bidra till uppgiftens lösning.

*Disjunktiv* uppgift är en uppgift som enbart kräver ett svar från gruppen och där eleverna måste förkasta alla andra eventuella lösningar, förutom den lösning som gruppen tillsammans accepterat som svar på uppgiften. En problemuppgift är disjunktiv när endast en lösningsmetod och ett svar blir betydelsefullt medan resterande alternativ tvingas förkastas. En disjunktiv uppgift är bra att använda för att exempelvis öka elevernas förmåga att argumentera.

En *konjunktiv* uppgift kräver att alla elever klarar av uppgiften och gruppen blir då beroende av sin svagaste medlem. En konjunktiv uppgift bygger till stor del på samarbete, gemensam problemlösning samt utnyttjande av hela gruppens kompetens. Uppgiften är inte löst förrän alla i gruppen förstår och är överens om resultatet. Denna typ av uppgift är bra att använda för att få lågpresterande elever mer aktiva. Dock investerar de högpresterande eleverna i stor utsträckning mindre i arbetet då de kan uppleva att deras maximala insats inte är nödvändig. Svårigheten vid en konjunktiv uppgift är att få alla i gruppen att förstå eller klara av uppgiften.

*Kompensatorisk* är en uppgift där alla elevers individuella uppfattningar vägs in. En kompensatorisk uppgift används oftast vid omröstningar eller andra beslutfattande situationer som sker i en grupp.

*Komplementär* är en uppgift som kräver att alla elever utför var sin del av uppgiften och där grupproduktionen blir summan av samtliga elevers resultat. Komplementär uppgift bygger på alla gruppmedlemmars individuella bidrag.

Vid matematisk problemlösning används oftast en disjunktiv typ av uppgift, där endast ett svar krävs och endast en elev behöver lösa uppgiften (Steiner, 1966). För att öka samarbetet och delaktigheten hos alla eleverna krävs det att instruktionerna till de disjunktiva uppgifterna utformas på ett sådant sätt att uppgiften blir av en mer konjunktivkaraktär, där gemensamma ansträngningar krävs och alla medlemmars kompetenser utnyttjas.

## 2.7 Delaktighet vid grupparbete

En viktig komponent vid grupparbete är samarbete, vilket innebär att eleverna ställer frågor till varandra, hjälper varandra och försöker komma överens i en diskussion (Williams 2006). Elever som inte är delaktiga i samarbetet kan ha svårt att presentera problemlösningen efteråt (Mirza & Hussain, 2014). En ökad delaktighet och ett ökat samarbete innebär att samtliga gruppmedlemmar ska få komma till tals när de arbetar tillsammans samt få möjligheten att framföra förslag till lösningen. Trots att samarbete är en viktig komponent är det inte alla grupper som får det att fungera. I vissa grupper kan det finnas elever som upplever en minskad känsla av delaktighet och som då uppfattar att de inte får eller kan ta talutrymme (Williams, 2006). Det finns elever som vid grupparbete försöker överlämna ansvaret för arbetet till någon annan istället för att lösa uppgiften tillsammans med gruppen (Granström, 2013). Att två elever diskuterar med varandra är vanligare än att alla elever i gruppen involveras (Forslund Frykedal och Hammar Chiriac, 2018). Watanabe och Evans (2015) observerade att vissa elever hade svårighet att våga ifrågasätta andra elever i gruppen på grund av att den eleven som föreslog svaret var kunskapsmässigt överlägsen eller hade en högre status i gruppen. Situationen blev problematisk då alla elever inte kunde vara lika delaktiga i problemlösningsprocessen. Watanabe och Evans (2015) observerade även att elevers bidrag och förslag kunde ignoreras av resten av gruppen, vilket de menar kan bero på de olika kunskaps- och statusnivåerna i grupperna. Vaughan (2002) belyser en annan aspekt som kan påverka delaktigheten i gruppen och menar att vissa elever kan påstridigt försöka ta över gruppen och agera överlägset mot sina gruppmedlemmar, vilket kan leda till att alla elevers delaktighet inte blir viktigt.

Hall (2013) har försökt kartlägga begreppet delaktighet vid grupparbete med hjälp av 10 aspekter. Utifrån de 10 aspekterna har hon skapat en bedömningsmatris. Aspekterna är; fokus, ledarskap, lyssna, feedback, attityd, arbetsbörda, idéer, samarbete, problemlösare samt tidsaspekt. Alla aspekterna visar på begreppet delaktighets komplexitet och genom matrisen förs de olika aspekterna av begreppet fram. Matrisen och aspekterna används som ett ramverk i föreliggande studie för att benämna begreppet och med hjälp av dem analysera elevernas delaktighet (Bilaga 1). Viss anpassning av bedömningsmatrisen har gjorts, exempelvis är tidsaspekten borttagen då uppgifterna i studien inte hade ett tidskrav. Vilka anpassningar som gjorts presenteras i metoden.

Nedan presenteras alla aspekter från matrisen samt vad aspekterna ska belysa och vilka frågor de ska svara på.

*Fokus:* Kan eleverna hålla fokus på uppgiften och vad som ska göras? Behöver gruppmedlemmarna påminna varandra om att fokusera på uppgiften eller håller de självmant fokus på uppgiften?

*Ledarskap:* Tar någon ledarrollen i gruppen och i sådana fall på vilket sätt görs det? När någon har tagit ledarroll i gruppen arbetar den då med att uppmuntra medlemmarna i gruppen till att vara delaktiga och ha en positiv attityd?

*Lyssna:* Lyssnar eleverna på varandra vid grupparbetet eller avbryter de varandra?

*Feedback:* Hur ger eleverna konstruktiv feedback till varandra och hur lämplig är den? Hur lämpligt är tillfället för feedbacken?

*Attityd:* Vilken attityd har eleverna till uppgiften och finns det intresse för att lösa den? Tar elever ansvar för att alla i gruppen ska ha förståelse för uppgiften och lösningen?

*Arbetsbörda:* Delar eleverna upp uppgiftens delar jämnt mellan sig och utför eleverna de individuella uppgifterna?

*Idéer:* Delar eleverna med sig av användbara idéer till gruppen?

*Samarbete:* Gör eleverna kompromisser vid grupparbetet för att nå ett gemensamt mål? Kommer eleverna överens med varandra i gruppen?

*Problemlösning:* Letar eleverna efter lösningar på problem som uppkommer vid grupparbetet?

*Tidsaspekt:* Färdigställer gruppen uppgiften i tid?

### **3 Syfte och frågeställningar**

Syftet med studien är att undersöka hur olika instruktioner till problemuppgifter påverkar elevers delaktighet och ansvarstagande vid grupparbete. Det här syftet vill jag uppnå genom att besvara följande frågor;

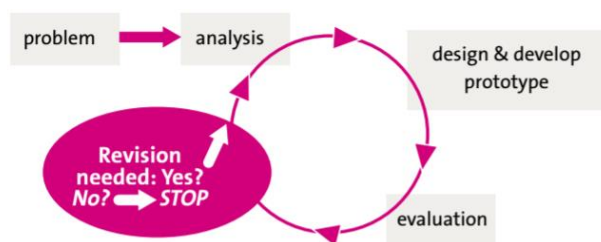
- På vilket sätt kan instruktioner påverka elevers delaktighet och ansvarstagande vid grupparbete?
- Hur kan instruktioner till en problemuppgift utformas för att nå en hög grad av delaktighet och ansvarstagande hos elever vid grupparbete?

## 4 Metod

### 4.1 Design research

Design research är en metod som omfattar systematisk undersökning av prototyper samt utveckling och utvärdering av pedagogiska insatser (Plomp, 2010). Metodens avsikt är att undersöka möjligheter till pedagogiska förbättringar genom att ta fram nya former av lärande för att kunna studera dem. Design research används för att utveckla teorier, inte endast för att undersöka vad som fungerar (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer & Schauble, 2003). Det finns två möjliga syften med metoden. Det kan handla om en godkännande studie eller en utvecklande studie (Plomp, 2010). En godkännande studie har ett syfte att utveckla eller godkänna en teori. En utvecklande studie har syftet att undersöka komplexa problem i undervisning och utveckla lösningar av dem (Plomp, 2010). Den här studien är en utvecklande studie, där problem synliggörs och lösningar utvecklas. En utvecklande studie innehåller design, systematisk analys, reflektion samt utvärdering av komplexa problem i undervisningen (Plomp, 2010).

Design research består av tre delar. I den första delen sker litteratursök inom området för det komplexa problemet. I delen utvecklas konceptuella eller teoretiska ramar för studien. I första delen söks även efter tidigare pedagogiska insatser, vilka kan vara användbara källor för inspiration till lösningen av det komplexa problemet. I andra delen av metoden sker design av olika prototyper som kan vara användbara för att lösa det komplexa problemet. Prototyperna utvärderas och utvecklas i cykler. Den andra delen är alltid systematisk, se figur 1. Först analyseras problemet. Efter analysen utvecklas en prototyp som testas och sedan utvärderas. Behöver prototypen utvecklas vidare påbörjas processen om igen med att först analysera och sedan göra en ny prototyp. Cyklerna fortsätter tills en prototyp bedöms att den inte behöver revideras mer (Plomp, 2010).



Figur 1: Illustration av den systematiska cykeln vid design research (Plomp, 2010, s.17).

Tredje delen är bedömningsfasen, där studien och dess slutsatser summeras och utvärderas. I denna del framförs även rekommendationer för förbättring av interventionen (Plomp, 2010).

Metoden är kontextbunden vilket förklarar varför det inte är vanligt att generalisera i studien. Om generalisering sker är det en analytisk sådan. Resultaten kan inte generaliseras i stor skala. Det finns inte statistisk generalisering från prov till "alla" som vid en enkätundersökning (Plomp, 2010). Samtidigt ska design research drivas för att generalisera de principer för designen som ger någon bredare teori. Designprinciperna och teorin måste testas genom upprepning av undersökningen i flera studier i olika kontexter med olika syften för att försäkra att det blir samma resultat. Efter sådana upprepningar kan resultatet bli accepterat för ett mycket högre antal olika liknande kontexter (Plomp 2010).

Metoden är vald för att uppfylla studiens syfte att undersöka och utveckla instruktioner till problemuppgifter som uppmuntrar och bjuder in eleverna till att vara delaktiga. Metoden ger möjlighet att få resultat som direkt är användbara i undervisningen. Syftet med metoden är att designa och utveckla en insats, exempelvis en arbetsuppgift, för att förstå och förbättra en aspekt av undervisningen (Plomp, 2010).

#### 4.2 Datainsamlingsmetod

Undersökningen är kvalitativ och det finns flera aspekter att ta hänsyn till, såsom tid och kontext för att undvika ogiltiga slutsatser (Bryman 2011). Jag har använt mig av tre olika grupper för att säkerställa att vissa händelser inte bara sker just i den specifika gruppen eller just den dagen. Observation kan användas som en metod i en studie eller kombineras med andra metoder (Hammar Chiriac & Einarsson, 2013). I denna studie kombineras observation med design research.

Studien utfördes vid tre tillfällen, vid första tillfället fick alla grupperna arbeta med problemuppgift ett. Efter tillfället analyserades observationen och nya instruktioner utvecklades och tillämpades. Vid andra tillfället arbetade alla grupperna med problemuppgift två som sedan analyserades och instruktioner till problemuppgifte tre utvecklades och tillämpades. Till sist arbetade alla grupperna med problemuppgift 3 som även den analyserades. Grupperna observerades alltid var för sig. Tabell 1 visar arbetsschemat vid observationerna och analyserna.



Tabell 1: Arbetschema vid observationerna och analyserna.

Arbetsdag	Första tiden	Andra tiden	Tredje tiden
Tillfälle 1	Grupp 1	Grupp 2	Grupp 3
	Uppgift 1	Uppgift 1	Uppgift 1
Analys och utveckling av nya instruktioner			
Tillfälle 2	Grupp 1	Grupp 2	Grupp 3
	Uppgift 2	Uppgift 2	Uppgift 2
Analys och utveckling av nya instruktioner			
Tillfälle 3	Grupp 1	Grupp 2	Grupp 3
	Uppgift 3	Uppgift 3	Uppgift 3
Analys			

Ett litet klassrum användes under studien dit eleverna kom och gjorde problemuppgiften som jag hade med mig vid tillfället. I klassrummet fanns det bord och stolar till åtta elever. I det lilla klassrummet finns det också en tavla och en kateder. Rummet passade bra till studien för att jag som observatör kunde sätta mig på ett längre avstånd ifrån eleverna och föra observationsprotokoll. Bryman (2011) påpekar att vid en passiv roll undviker observatören i större mån att påverka situationerna. Jag har tagit en passiv roll och inte interagerat med eleverna under observationstillfällena. Jag valde att inte berätta för eleverna som var med i studien att jag skulle observera deras delaktighet och ansvarstagande i uppgiften. De blev endast informerade om att jag skulle observera hur de tillsammans löser problemuppgiften. Om eleverna har vetskap om observationsinnehållet kan de medvetet påverka arbetet i gruppen som i sin tur kan påverka resultatet (Bryman, 2011).

I undersökningen användes video- och ljudinspelning som tekniskt hjälpmedel för att kunna säkerställa analysmaterialet. Ljudinspelningen gav ett bra och tydligt ljud dock krävdes videoinspelningen ibland för komplettering. Videon användes när eleverna pratade samtidigt och det blev svårt att urskilja vilken elev som sade vad. Materialet har transkriberats för att underlätta analysarbetet (Bryman, 2011).

#### 4.3 Urval

Utifrån studiens syfte valde jag en elevgrupp där de arbetat med problemlösning tidigare, för att eleverna skulle vara bekanta med olika lösningsmetoder och strategier. Valet blev en skola och klass där jag tidigare arbetat och kände klassen, en klass i årskurs 6. Det är

viktigt att vid observation bygga en god relation och tillit till de deltagande eleverna, för att eleverna i så hög utsträckning som möjligt ska kunna agera på ett naturligt sätt (Hammar Chiriac & Einarsson 2013).

Johnsson och Johnsson (1999) definierar små grupper som 3-4 elever i varje grupp. Forslund Frykedal och Hammar Chiriac (2018) framför att om gruppen innehåller fyra elever så delar eleverna ofta in sig själva i par. Utifrån det här använde jag mig av grupper med tre i varje. Jag valde att lotta vilka elever som skulle vara med i undersökningen. Lottningen skedde med hjälp av pinnar med elevernas namn på som fanns tillgängliga i klassrummet. Eleverna fick vid lottningen säga nej om de inte ville vara med. Det här med utgångspunkt i de forskningsetiska principerna jag presenterar nedan. Med hjälp av elevernas lärare bildades tre grupper med tre elever i varje. Lärarna hjälpte mig att dela in grupperna med elever som befinner sig på olika kunskapsnivåer. Förhoppningen var att använda mig av grupper där eleverna var på olika kunskapsnivåer då eleverna har olika erfarenheter och kunskaper att dela med sig av (Andersson & Daag, 2016). Samtidigt strävade jag efter att alla de tre grupperna skulle vara så lika som möjligt gällande elevernas olika kunskapsnivåer. Det här för att minska risken för att slumpmässiga grupsammansättningar skulle generera resultatet.

#### 4.4 Forskningsetiska principer

Forskning som involverar människor ska styras av ett etiskt förhållningssätt (Bryman, 2011). Med hänsyn till det informerade jag berörda personer om undersökningen. Deltagarna behövde information för att kunna ta ställning till eventuellt deltagande i studien (Vetenskapsrådet, 2002). Alla deltagarna fick veta att det var frivilligt att delta och att de hade rätt att hoppa av när som helst om de så önskade (Bryman, 2011). Alla deltagare blev även informerade om att allt material som samlas in, video, ljudinspelning och observationsanteckningar, endast används i forskningssyfte. Deltagarna i studien var minderåriga och därför krävdes deras vårdnadshavares godkännande (Bryman, 2011) Vårdnadshavarna blev informerade om de forskningsetiska principerna genom ett missivbrev (bilaga 2), som även var ett samtyckesformulär där vårdnadshavarna skrev under om de godkände att deras barn fick delta i studien. Utifrån de forskningsetiska principerna var jag tydlig med att berätta att videon och ljudinspelningen bara var för mig och att ingen annan skulle ta del av dem. Både föräldrar och elever blev informerade om att konfidentialitetskravet följs, att allt insamlat material, antecknas, lagras och rapporteras

på ett sådant sätt att enskilda individer inte kan identifieras samt att obehöriga inte kan få tag på materialet (Bryman, 2011).

#### 4.5 Uppgifternas utformning

Instruktionerna och problemuppgifterna som använts i studien finns som bilaga 3, 4, och 5. Alla uppgifter var av sammanhållen karaktär. De är uppbyggda på ett sådant sätt att de inte ska kunna delas upp till individuella deluppgifter. Allt som är givet i uppgiften och de villkor som finns måste arbetas med tillsammans för att finna en lösning. För att uppmuntra till samarbete har svåra uppgifter använts för att om en elev klarar av uppgiften enskilt är den inte beroende av gruppmedlemmarnas bidrag och det blir ett enskilt arbete istället för grupparbete (Forslund Frykedal, 2008).

Alla uppgifter i studien ger också möjlighet till flera lösningsmetoder för att uppgifterna ska bjuda in till samarbete och delaktighet. Vid olika lösningsmetoder blir det en mer ospecifik struktur på hur processen ska se ut, vilket kan skapa mer interaktion och kommunikation mellan eleverna eftersom de måste diskutera olika beslut om innehåll och metod (Forslund Frykedal, 2008). Samtidigt har problemuppgifterna några specifika lösningsprocesser som kan användas, vilket gör att uppgifterna har en viss specifik struktur.

Problemuppgifterna som används i studien har inspirerats av, eller tagits direkt från, Hagland et. al, (2005) *Rika matematiska problem*, en bok som innehåller flera problemlösningsuppgifter av rik karaktär. Rika problemuppgifter har använts då de ökar elevernas motivation och engagemang samt skapar möjligheter för samarbete och diskussion (Mirza & Hussain, 2014).

Problemuppgift 1 (Bilaga 3) utgår från ett känt tal som ska delas upp i ett okänt antal delar. Hur stora delarna ska vara är angett men inte hur många av varje del. Problemlösarna ska ta reda på hur många och vilka delar som behövs för att nå det kända talet. Konkret material, rita en bild, resonera logiskt och räkna aritmetiskt är exempel på lösningsmetoder som kan användas för att lösa uppgiften. Uppgiften har även flera korrekta svar. Uppgiften lyder: "*Julian och hans familj har plockat hallon, de har plockat 6 liter. Julian ska lägga hallonen i små lådor. I lådorna får det precis plats 1 liter. Han vill ha två lådor som är*

*fulla. Några lådor vill han ha halvfulla och minst en låda fylld till  $\frac{3}{4}$ . Inga hallon ska slängas utan alla ska läggas i en låda. Hur många lådor ska han plocka fram?"*

Problemuppgift 2 (Bilaga 4) utgår från ett okänt tal som delas upp i ett känt antal delar flera gånger, varje gång tas en viss del bort. Till slut får man reda på vad som är kvar. Uppgiften är att ta reda på ursprungssumman. Naturliga tal, tal i bråkform, ekvation och area är matematiska kunskaper som eleverna kan använda sig av och utveckla under problemlösandet. Lösningmetoder som kan användas för att lösa problemet kan vara att använda konkret material, gissa och kontrollera, rita en bild, ställa upp en ekvation samt räkna baklänges och resonera logiskt. Uppgiften har dock endast ett korrekt svar. Sådär lyder uppgiften: *"Ulrika, Andreas och Senda har samlat tomburkar. De pantar burkarna och lägger alla pengarna i en ask. De tänker dela pengarna lika, alltså  $\frac{1}{3}$  var. Medan Ulrika och Andreas ser på TV, tar Senda  $\frac{1}{3}$  av pengarna och går hem. När Ulrika och Andreas sedan reser sig från TV:n för att ta sina delar har de inte märkt att Senda redan tagit sin del. De tror att alla pengar är kvar och tar därför  $\frac{1}{3}$  var av pengarna, Ulrika och Andreas tar 6 kronor var. Hur mycket hade de totalt pantat för?"*

Problemuppgift 3 (Bilaga 5) utgår ifrån en del bestämda värden. Det finns flera möjliga lösningar till denna uppgift. Problemlösaren ska ta reda på de data som leder fram till de statistiska värdena. Naturliga tal, tabell, medelvärde, median och typvärde är matematiska kunskaper som eleverna kan använda sig av och utveckla under problemlösandet. Konkret material, rita bild, resonera logiskt och ställa upp en ekvation är lösningmetoder som kan användas för att lösa problemet. Uppgiften har 14 möjliga lösningar. Uppgiften lyder: *"Fem elever har ett antal samlarbilder var. Den som har flest har 40 st. Medelvärdet är 22 st, medianen är 20 st och typvärdet är 20 st. Hur många bilder har var och en?"*

#### 4.6 Materialanalys

Utifrån Halls (2013) bedömningsmatris utvecklades ett observationsschema (bilaga 1). I schemat skrevs studiens fältanteckningar samt analysen utifrån transkriberingen. I hennes schema finns det tio aspekter; fokus, ledarskap, lyssna, feedback, attityd, arbetsbörda, idéer, samarbete, problemlösning, tidsplanering. Aspekterna är sedan nivågraderade; utmärkt, skickligt, grundläggande och begränsat. Tabell 2 visar ett utdrag från observationsschemat för aspekten arbetsbörda.

Tabell 2: Aspekten arbetsbörda. Utdrag från observationsschemat, se bilaga 1 för hela observationsschemat.

	Utmärkt	skickligt	Grundläggande	Begränsat
Arbetsbörda	Delar alltid upp arbetsbördan jämt i gruppen	Ofta delar upp arbetsbördan	Delar ibland upp arbetsbördan	Delar inte upp arbetsbördan, någon löser uppgiften själv

Mitt observationsschema (bilaga 1) innehåller alla utom en av Halls aspekter, *tidsplanering*. Den har tagits bort då eleverna i min studie inte har någon tid att anpassa sig efter. Två aspekter och deras nivågraderingar har omformulerats för att passa studiens syfte. I aspekten *arbetsbörda* har nivåerna omformulerats då nivåerna i Halls matris handlar om grupparbete där eleverna kan dela upp arbetet individuellt. Min studie fokuserar däremot på uppgifter som är sammanhållna, där eleverna inte kan dela upp uppgiften i mindre delar. Eleverna i gruppen kan dock dela upp ansvaret och arbetsbördan som krävs för att lösa problemet. *Ledarskap* är även en aspekt som omformulerats för att utgå från om och hur medlemmarna tar ledarskap i gruppen. I Halls schema handlar aspekten endast om eleverna tar en ledarroll eller inte. Jag har utvecklat observationsschemat med två aspekter. Aspekterna är; *söker information* samt *hjälp varandra att förstå och svara på frågor*. Aspekterna framkommer inte i Halls schema, dock framför Jerns (2013) och Williams (2006) att det är viktiga aspekter som måste fungera för ett gott samarbete. Därför har jag med de aspekterna i min studie. De två aspekterna har fått fyra nivågraderingar precis som de andra aspekterna i Halls bedömningsmatris.

De analytiska aspekterna i observationsschemat har legat till grund för analyserna av observationerna i studien. Efter varje studietillfälle skedde transkribering av videoinspelningarna. Vid behov användes ljudinspelningen för komplettering. Behovet uppstod oftast när eleverna talade tyst eller när de pratade samtidigt. Ljudinspelaren lades närmare eleverna och tog därmed upp ljud bättre än videoinspelningen. Med hjälp av transkriberingen kunde elevernas agerande och vad som sades kategoriseras efter aspekterna i observationsschemat. Genom att titta på aspekten *Lyssna på varandra, låta alla komma till tals* från observationsschemat, presenteras hur analysen har gått till. Vid aspekten har jag noterat om eleverna lyssnar på varandra eller inte lyssnar på varandra, se tabell 3. Om en elev exempelvis avbröt en annan elev noterades det med ett kryss på rutan.

Avbröt eleverna varandra fler gånger sattes ännu ett kryss i rutan. En ruta kan därmed innehålla flera kryss om medlemmarna i gruppen avbryter varandra ofta.

Tabell 3: Aspekten lyssna på varandra, låter alla komma till tals. Utdrag från observationsschemat, se bilaga 1 för hela observationsschemat.

	Utmärkt	Skickligt	Grundläggande	Begränsat
Lyssnar på varandra, låter alla komma till tals	Uppmuntrar alla till att komma till tals och lyssnar aktivt	Låter alla komma till tals och lyssnar aktivt	Lyssnar ibland på de andras idéer och funderingar	Avbryter

Anteckningar vid varje aspekt gjordes för att förtydliga elevernas agerande utifrån den specifika aspekten. På observationsschemat fylldes varje aspekt i på det här sättet. Till varje grupp och tillfälle fylldes ett observationsschema i. När varje observationsschema var ifyllda summerades varje aspekt för sig. Var satt kryssen och vad för text fanns nedtecknad vid aspekterna?

#### 4.7 Validitet och reliabilitet

Begreppen validitet och reliabilitet är viktiga kriterier att gå igenom för bedömning av hur noggranna mätningarna i undersökningen är och för att få en bild av kvaliteten på undersökningen (Bryman, 2011). Validitet handlar om hur trovärdiga och giltiga resultaten är, och om resultatet kan generaliseras utöver den specifika undersökningskontexten. För att kontrollera validiteten kan frågeställningen ”mäter man det som ska mätas?” ställas. I en kvalitativ studie handlar validitet om huruvida man observerar och identifierar rätt variabler i studien. Validitet handlar även om hur resultatet kan generaliseras och överföras till andra kontexter (Bryman, 2011). För att studien ska få en hög validitet används ett observationsschema med relevanta aspekter för att kunna identifiera rätt variabler i studien.

Reliabilitet handlar om resultatets tillförlitlighet, i vilken utsträckning undersökningen kan upprepas och få likande resultat även vid ett annat tillfälle eller påverkas det av slumpmässiga eller tillfälliga betingelser (Bryman, 2011). Genom att skapa en fullständig och tillgänglig beskrivning av alla delar i forskningsprocessen som problemformulering, val av undersökningspersoner, fältanteckningar och beslut rörande analysen av empirin kan tillförlitligheten i studien öka. Då studien är en kvalitativ studie är det svårt att uppfylla de kriterierna på grund av att det är omöjligt att använda samma sociala miljö som gällde

för denna inledande studie. Med det här i åtanke används tre grupper i studien för att minska risken att slumpmässiga eller tillfälliga betingelser ska generera resultatet.

## 5 Resultat

Studiens första uppgift innehöll instruktionen *Lös uppgiften tillsammans*. Den andra uppgiften hade ett problemlösningsschema samt instruktionen *Glöm inte lyssna på vad alla i gruppen har att säga*. Den tredje uppgiften hade samma problemlösningsschema men en annan instruktion, *Det handlar inte om att lösa uppgiften snabbt utan väl*. Uppgiften hade även uppmaningen att finna fler lösningsmetoder och svar.

### 5.1 Resultat av problemuppgift ett

Under problemlösningen försökte eleverna lösa uppgiften enskilt utan hjälp av sina gruppmedlemmar. Under problemlösningssprocessen lade eleverna lite tid på att förklara för gruppmedlemmarna sina egna tankegångar och idéer. Eleverna lyssnade inte på varandra när de försökte föra fram sina funderingar och idéer. De avbröt ofta varandra under processen för att framföra sina egna resonemang och tankar. Nedan framför elev M från grupp 3 en idé om hur problemlösningen ska gå till. Hen lyssnar inte på elev A utan fortsätter endast på sin egen tanke. Elev A har frågor angående förståelsen av uppgiftens villkor, vad ordet *några* kan betyda men får inget svar eller hjälp.

*Elev A: Då blir det... Hur många är några lådor då?*

*Elev M: Ja men tänk, får jag låna pappret lite?*

*Elev A: Kan några lådor vara två lådor?*

*Elev M: titta här, om vi tar typ sex prickar (målar cirklar på pappret)*

*Elev A: kan några lådor vara två lådor? Eller tre, hur många lådor är några?*

Även fast frågan repeteras och omformuleras får den inget svar. Resultatet av elevernas arbete med den första uppgiften visade att de inte diskuterade varken strategier eller metoder för att lösa uppgiften. En elev i gruppen löste uppgiften själv för att sedan presentera lösningen som gruppens gemensamma svar.

*Elev M: En två (hela). De här är halva, så det blir tre, fyra, fem, sex, sju. Två (stycken) tre fjärdedelar. Det blir alltså nio stycken. Så, klart! Hänger du med?*

*Elev J: ehm...*

*Elev M: Säkert?*

*Elev J: (Skrattar nervöst)*

*Uppgiften lämnas in av elev M.*

Elev J hade inte förstått elev M:s lösning och var heller inte insatt i problemlösningssprocessen.



## 5.2 Grunden till utvecklingen av instruktionerna till uppgift två

Tre förbättringsområden identifierades utifrån studietillfälle ett. (1) Alla elever blev inte insatta i början av problemlösningssprocessen, (2) eleverna hade svårt att förstå resterande gruppmedlemmar vid deras problemlösning, och (3) de avbröt och lyssnade inte på varandras idéer och resonemang. Eleverna var så ivriga att lösa uppgiften att de inte gav möjlighet till alla medlemmar att förstå uppgiften. Det bidrog till att eleverna blev mindre delaktiga i grupparbetet. Därmed utformades nya instruktionerna med utgångspunkt att skapa diskussion tidigt i processen, för att eleverna skulle få möjligheten förstå problemuppgiften. De nya instruktionerna utformades utifrån Polyas problemlösningsschema (Polya, 1970) där första steget är att förstå problemet samt plocka ut det viktigaste från uppgiften. Meningen med schemat var att hjälpa eleverna att ta ansvar för att alla i gruppen skulle bli delaktiga i hela processen. Det här för att schemat gav en tydlig struktur för hur eleverna skulle ta sig an problemet. Tillsammans med problemlösningsschemat lades en uppmaning till, *lyssna på varandra*, för att motverka att eleverna skulle avbryta varandra.

## 5.3 Resultat av problemuppgift två

Resultatet av den andra uppgiften med de mer strukturerade instruktionerna var att eleverna gavs större möjlighet att vara delaktiga i problemlösningssprocessen. Utifrån instruktionens första steg, *förstår alla uppgiften*, blev grupperna nu mer öppna för att alla kanske inte förstod uppgiften. När eleverna förstod uppgiften kunde de vara mer delaktiga vid diskussionen och kunde resonera i större utsträckning. Eleverna tog genom problemlösningsschemat större ansvar för att alla i gruppen skulle förstå problemet genom att ställa frågor som ”förstår alla problemet?”.

*Elev M: så då [...] alltså ska vi räkna ut hur mycket hon skulle ha.*

*Elev A: Jag tror det är så*

*Elev M: Förstår du? (Till elev j)*

*Elev J: Ehm, ja.*

Elev M i grupp 3 tog ansvar att se till så alla i gruppen förstod uppgiften genom att kontrollera att de andra förstod och därmed uppmuntrar till allas delaktighet. När grupperna tidigt diskuterade förståelsen av uppgiften fortsatte eleverna att både diskutera metoder och strategier. Under problemlösningen uppstod ibland felaktiga svar och uppfattningar. Jag tar ett exempel från grupp 3 som visar hur eleverna kan ha hanterat felaktiga svar. Eleven missuppfattar vilket tal som är helheten, eleven tror att 6 är helheten

och utgår från det. Dock är 6 endast en tredjedel av den okända helheten. När eleven vill dela 6 i tre delar stannade andra medlemmarna upp hens resonemang och framför rättelsen om att 6 är en tredjedel.

*Elev M: Sen så delar de upp, ehm, det är 6 kronor är lika med 2.*

*Elev A: Vänta, vänta lite nu*

*Elev J: Nä det är en tredjedel (6 kronor är en tredjedel).*

*Elev M: Jaha, en tredjedel är 6. Tre gånger. 18.*

Genom den här rättelsen kunde problemlösningen fortsätta. Vid problemlösningsprocessen byggde eleverna i vissa fall vidare på varandras idéer och resonemang till problemlösningen istället för att avbryta varandra och lyfta fram sina egna idéer. Dock skedde det fortfarande att eleverna avbryter varandra för att framföra sina egna tankar och resonemang. De elever som blev avbrutna fick då ingen möjlighet att framföra sina idéer.

#### 5.4 Grunden till utvecklingen av instruktionerna till uppgift tre

När instruktionerna var utformade i olika steg kunde de lätt följas. Vid de mer strukturerade instruktionerna lyssnade eleverna mer på varandra än tidigare. Schemat behölls med viss omformulering för att det skulle bli tydligare för eleverna. Ett papper som var uppdelat i 4 delar användes för att strukturera upp processen. I varje del av pappret skulle eleverna anteckna vad som bestämdes i varje steg. Uppmaningen i problemuppgift två, att lyssna på varandra blev inte central i processen, uppmaningen lästes endast men eleverna brydde sig inte om den. Därmed togs den uppmaningen bort och ersattes i uppgift tre av en uppmaning om att processen är det viktigaste, inte produkten. *Det handlar inte om att lösa uppgiften snabbt utan väl.*

Det finns olika metoder för att lösa problemuppgift tre, det finns även flera rätta svar. Därför uppmanades eleverna i slutet av uppgiften att finna fler svar och fler lösningsmetoder. Det var för att uppmuntra eleverna till att lyssna på varandras olika idéer och förslag.

#### 5.5 Resultat av problemuppgift tre

Resultatet av elevernas arbete med den tredje uppgiften visade att eleverna, precis som i uppgift två, försäkrade de sig om att alla förstod uppgiften. För första gången resonerade eleverna om vad som var viktigast i uppgiften och betydelse av olika begrepp, eftersom de

skulle anteckna det på pappret. Begreppen i uppgiften förklarades för de gruppmedlemmar som inte hade förstått dem.

Alla missuppfattningar ifrågasattes inte under processen, i grupp 1 accepterade en felaktig uppfattning om begreppet typvärde. Eleven hade missuppfattat begreppet typvärde och trodde att det måste vara minst tre med samma värde.

*Elev S: Några kommer ha 20 stycken, minst 3 kommer ha 20 stycken (typvärde)*

*Elev L: Mmm*

*Elev L Tre stycken har 20. Den som har flest har 40/.../*

Missuppfattningen ledde ändå till ett korrekt svar dock hade gruppen svårt att finna andra lösningar på uppgiften vilket instruktionen efterfrågade. Till stor del lyssnade eleverna på varandra samt försökte hjälpa varandra att förstå problemlösningssprocessen. Grupp 2 var i framkant genom att förklara hur de tänkte när de arbetade framåt med uppgiften. Eleverna lyssnade på varandra när de hade frågor eller kommentarer samt utvecklade varandras idéer. Gruppen samarbetade och alla var delaktiga i problemlösningen.

*Elev L: Lyssna här, det tredje talet från 0 är 20 för det är medianen, eller hur*

*Elev B: Ja.*

*Elev L: Det 5:te talet har vi fått veta det är 40.*

*Elev B: aaa hur bearbetar vi det?*

*Elev F: Hm, den tredje har 20.*

*Elev B: Typvärdet är 20 så de måste finnas mer med 20.*

Eleverna samarbetar vid problemlösningen, de använder samma problemlösningssmetod och hjälps åt med begreppens betydelse. De bygger även tillsammans vidare på resonemangen.

Uppmaningen att försöka finna andra svar och lösningsmetoder samtalades det om i grupperna. Alla grupper diskuterade om det fanns andra svar på uppgiften, en grupp presenterade nästan alla 14 svaren. Däremot besvarades frågan om det fanns andra lösningsmetoder endast med ett ja eller ett nej.

## 5.6 Instruktionernas påverkan

Elevernas delaktighet påverkades av de strukturerande instruktionerna som i sin tur var uppbyggda utifrån Pólyas (1970) problemlösningsschema. Instruktionerna bidrog till att eleverna lättare kunde vara delaktiga på grund av att de fick saker de inte förstod förklarade

för sig tidigt i processen. När eleverna fick förståelsen kunde de lättare följa med och vara delaktiga i resonemangen som skedde i grupperna. Vid de strukturerade instruktionerna som använts i uppgift två och tre, tog eleverna ett större ansvarstagande gentemot att alla elever i gruppen skulle förstå uppgiften.

När eleverna inte fick några instruktioner om hur processen skulle utföras resulterade det, i två av grupperna, att uppgiften blev disjunktiv. Då löste en av eleverna i gruppen uppgiften och presenterade lösningen som gruppens gemensamma svar, vilket ledde till att resten av elevernas bidrag blev oväsentliga. Med problemlösningsschemat, blev uppgifterna av en mer konjunktiv typ, där alla elever i gruppen kunde vara delaktiga i att lösa uppgiften. Gruppen blev mer beroende av den svagaste medlemmens förståelse då de tog ett större ansvar för varandras förståelse. Eleverna förklarade problemlösningen och uppgiften för varandra så alla elever skulle förstå.

Problemlösningsschemat bidrog till att problemlösningsprocessen blev viktigare och inte bara produkten, svaret. Eleverna gav problemlösningen mer tid och gav mer chanser till alla gruppmedlemmar att vara delaktiga i problemlösningen. De fick frågor som ”förstår du”, ”vad tror du” och ”hänger du med” mitt under problemlösningen, vilket inte skedde vid första problemuppgiften där problemlösningsschemat inte användes. Vid första problemuppgiften skedde ingen förklaring eller frågor för att kontrollera om de andra medlemmarna förstod när problemlösningen skedde. Eleverna som inte direkt förstod problemuppgiften kunde inte bidra till lösningen utan var då endast med för att få, i bästa fall, problemuppgiftens lösningsmetod förklarad i efterhand.

Studien visar att eleverna hade ett intresse för att lösa uppgifterna vilket genomsyrade hela studien. En god attityd fanns även i grupperna genom hela studien. De var engagerade att framföra sina tankar och idéer till problemlösningen. Elevernas intresse och attityd för att lösa uppgiften påverkades således inte av instruktionerna. Det här stämmer överens med vad Hansson (2011) framförde i sin avhandling, att elevernas engagemang ökade när de arbetade med problemlösning. Att det stora intresset kan grundats i att eleverna var intresserade av att lösa problemet.

Sammanfattningsvis påverkar instruktionerna delaktigheten genom att eleverna tar ansvar för varandras förståelse. Om någon saknar förståelsen för uppgiften förklarar eleverna uppgiften för varandra direkt, det här gör det möjligt för alla elever att vara delaktiga.

### 5.7 Hur instruktioner kan utformas för att nå hög grad av delaktighet.

Problemlösningsschemat framkom som en viktig instruktion som ledde till en högre grad av delaktighet och ansvarstagande. Första steget i problemlösningsschemat, att förstå uppgiften och välja ut de viktigaste delarna, var ett viktigt första steg i processen. Eleverna fick uppgiften förklarad för sig när de inte förstod och kunde därmed vara mer delaktiga i processen. Resterande medlemmar tog därmed ansvar för varandras förståelse av uppgiften då de kontrollerade så att medlemmarna förstod genom frågor som *förstår du?*, *hänger du med?*. När instruktionen inte fanns hade inte alla elever möjligheten att följa med i problemlösningen eftersom de inte hade fått förståelsen av uppgiften i början av processen.

Genom problemlösningsschemat fortsatte eleverna diskutera under hela processen. När eleverna hade förståelsen av uppgiften i början av processen hade eleverna möjlighet att följa problemlösningsschemat och därmed vara delaktiga. När eleverna kunde följa med i processen kunde de ställa anpassade frågor för förtydligande så de kunde vara delaktiga. De tog därmed ansvar för sin egen möjlighet till delaktighet. Eleverna resonerade och argumenterade därmed mer om processen än när problemlösningsschemat inte användes.

Eleverna avbröt ofta varandra i grupparbetet för att framföra sina egna idéer. När eleverna avbröt varandra under processen fick inte alla elever möjlighet att vara delaktiga. Uppmaningar som att lyssna på varandra och att processen är det viktigaste undersöktes för att se hur elevernas delaktighet påverkades. Uppmaningarna blev inte betydelsefulla för elevernas delaktighet. Eleverna läste uppmaningen, men avbröt varandra ändå. Avbrytandet kan grundas i att eleverna var så koncentrerade på att lösa problemuppgiften så snabbt som möjligt. Eleverna avbröt då varandra för de ansåg att de kommit på lösningen på problemet och ville föra fram den så snabbt som möjligt. En sådan uppmaning leder därmed inte till en hög grad av delaktighet.

Dock påverkade den strukturerade processen, problemlösningsschemat, att eleverna lyssnade mer på varandra, som ledde till att eleverna kunde vara delaktiga i processen. Eleverna ställde frågor till varandra och inväntade svar. När eleverna lyssnade på varandra

ledde det till att felaktiga svar och missuppfattningar kunde lyftas fram och utmanas genom att de till exempel ifrågasatte varandra.

Sammanfattningsvis kan instruktioner utformas med ett strukturerat problemlösningsschema för att nå en hög grad av delaktighet och ansvarstagande vid grupparbete. I problemlösningsschemat är det centralt att första steget är just att se till så att alla i gruppen har förståelse för uppgiften då de vidare ska kunna vara delaktiga i hela processen. När eleverna tidigt i processen tar ansvar för varandras förståelse fortsätter eleverna med det genom hela processen.

## 6 Diskussion

### 6.1 Metoddiskussion

Avsikten med undersökningen var att möjliggöra pedagogiska förbättringar genom att ta fram former av lärande och studera dem genom design research (Cobb et al, 2003). Design research har gett studien möjligheten att undersöka instruktioners påverkan på elevers delaktighet vid grupparbete med matematisk problemlösning.

Studien är närmast att betrakta som en pilotstudie och det krävs mer undersökning i området för att resultatet ska kunna generaliseras. Studiens resultat bevisar därmed inte att instruktionerna påverkar elevernas delaktighet likadant i alla elevgrupper överallt. Resultatet kan dock återspeglas i likande situationer med liknande elevgrupper. Metoden är kontextbunden och det är därför inte vanligt att generalisera eftersom det inte finns statistisk generalisering från prov till ”alla” som vid enkätundersökning (Plump, 2010), vilket är en svaghet i studien. Principerna som framkommit ur undersökningen måste testas genom upprepning av undersökningen i flera studier i olika kontexter med olika syften för att säkerställa resultatet samt att resultatet blir accepterat i flertalet kontexter (Plump, 2010). Precis som målet med design research, har studien utvecklat en insats, en typ av instruktion som kan förbättra elevernas delaktighet vid grupparbete med matematisk problemlösning.

Jag använde mig av tre grupper i studien för att säkerställa att vissa händelser inte bara sker just i den specifika gruppen eller just den dagen. Vid ett tillfälle var en elev sjuk och gruppen fick då en medlem mindre. Eftersom jag använde mig av tre grupper i min studie kunde de två andra grupperna fortfarande arbeta som grupper och analysen av dem var oberörd av den frånvarande eleven. I studien användes små grupper som var uppbyggda med tre elever i varje. Små grupper, definierar Johnson och Johnson (1999), är 3-4 elever i varje grupp. Valet gjorde grupparbetet sårbart för om någon elev var frånvarande blev grupparbetet ett pararbete. Om studien istället hade utgått från fyra i varje grupp hade grupparbetet fortfarande varit ett grupparbete även om en elev var frånvarande. Med fyra elever i varje grupp skulle undersökningen haft ett annat utgångsläge då antalet gruppmedlemmar kan påverka elevernas delaktighet och ansvarstagande. Ett grupparbete med fyra elever i varje kan leda till att eleverna dela in sig i par och arbetar med uppgiften två och två (Forslund Frykedal & Hammar Chiriatic, 2018).

En styrka i arbetet var att jag kände klassen och eleverna, de kunde känna sig trygga i gruppen och vi kunde samtala på en trygg nivå utanför studien. Jag var under studien tydlig med att framföra att jag endast observerade gruppen, att jag inte kunde kommentera deras grupparbete eller lösningsmetod, för att bibehålla min observationsroll. Eleverna fick då möjligheten att agera mer naturligt under studien.

Vid observationen användes video- och ljudinspelning för att kunna transkribera vad som sades. Vad eleverna sa i studien var det som studerades och analyserades för att sedan presentera i resultatet. Således analyserades inte elevernas agerande vid grupparbetet såsom kroppsspråk, som även är en interaktion elever emellan och kan påvisa delaktighet. Exempelvis är ett tecken på att eleven är intresserad och håller fokus att eleven är framåtlutad och lyssnar aktivt. Elevernas kroppsspråk och agerande kunde påverka resultatet genom observationsschemats olika aspekter. Att även analysera elevernas agerande kunde till viss del ha påverkat studiens resultat.

Ramverket för studien är observationsschemat och med hjälp av det har analysen skett. De förändringar som gjordes i ramverket visades vara nödvändiga för min analys. Förändringarna handlade om hur eleverna hjälpte varandra att förstå och om eleverna sökte information för att förstå uppgiften. De två aspekterna har hjälpt mig att finna viktiga delar som påverkade delaktigheten i grupperna. Att jag gjorde förändringar i observationsschemat gav studien en styrka då jag kunnat analysera delarna på ett djupare plan.

## 6.2 Resultatdiskussion

### 6.2.1 Problemuppgiftens svårighet

Som presenterat i bakgrunden är definitionen av en problemuppgift att den kräver en ansträngning från problemlösaren och att hen inte sedan tidigare ska veta vilken metod hen ska använda för att lösa problemet (Schoenfeld 2013; Hagland et al., 2005; Skolverket, 2011a). En problemuppgift ska anpassas till eleven. Den ska inte vara för svår så att eleven ger upp eller för lätt så att det inte krävs en ansträngning från eleven (Löwing & Kilborn 2002). Komplexiteten att anpassa problemuppgifterna har genomsyrat studien. Uppgiften ska både uppmuntra till samarbete, genom att ha olika lösningsmetoder, samt vara en



utmaning för gruppen men inte vara så svår att eleverna inte klarar den. Uppgiften ska även vara en problemuppgift för alla i gruppen. Uppgift två var bristande i det här avseende, vilket antingen kan grundas i att uppgiften har en tydlig metod som kan användas, räkna baklänges, alternativt att uppgiften endast har *ett* okänt tal medan de andra uppgifterna har flera okända tal. I grupp B hann inte alla i gruppen läsa färdigt problemuppgift två och dess instruktioner innan en elev i gruppen visade att hen har en metod för att lösa problemet och presenterade kort därefter lösningen. En uppgift kan vara en problemuppgift för vissa men inte alltid för andra. Jag funderar över hur lärare ska kunna välja uppgifter som är problemuppgifter för alla elever, då de är på olika kunskapsnivåer och har olika erfarenheter. Om problemlösaren sedan tidigare vet metoden för att lösa uppgiften blir uppgiften inte en problemuppgift för den eleven. En uppgift som är för lätt uppmanar inte till samarbete i gruppen. Komplexiteten att finna rätt problemuppgifter återspeglas i skolans verklighet.

### **6.2.2 Gruppdynamikens påverkan**

I studien arbetade eleverna i samma grupper varje gång. Eleverna fick då möjlighet att utveckla sin samarbetsförmåga i just den gruppen. Koutrouba, Kariotaki och Christopoulos (2012) framför att när eleverna känner sig säkra leder det till att de samarbetat blir mer effektivt, en trygghet har byggts upp i grupperna under studien. Gruppdynamiken kan därmed ha påverkat resultatet då ingen urskiljning har genomförts. Jag funderar på hur mycket utvecklingen av gruppdynamiken påverkade studiens resultat? För att urskilja gruppdynamikens påverkan skulle en liknande studie kunna genomföras. Då med andra elever där uppgift tre och dess instruktioner användes vid första tillfället, för att vid nästa tillfälle använda uppgift två och avslutningsvis använda uppgift ett. En sådan studie kan komplettera den här med hur gruppdynamiken kan ha påverkat delaktigheten i grupperna.

### **6.2.3 Strukturerad eller ostrukturerad process**

Studien visade att en strukturerad problemlösningsschema ökade samarbetet och delaktigheten i grupperna. Genom problemlösningsschemat arbetade eleverna utifrån en strukturerad process, de blev instruerade om hur de skulle gå till väga med problemuppgiften. Forslund Frykedal (2008) menar att en uppgift med en strukturerad process inte bidrar till samarbete i samma utsträckning som en uppgift med en mer ostrukturerad process. Enligt Forslund Frykedal (2008) borde det leda till mindre interaktion och kommunikation eftersom eleverna inte behöver diskutera olika beslut av vilka steg i processen som ska tas. Ändå visar resultatet att mer strukturerade instruktioner

leder till mer interaktion och kommunikation mellan eleverna. Dock har själva problemuppgifterna som jag använt i studien varit ostrukturerade då de inte har en specifik lösningsmetod. I linje med Forslund Frykedals studie (2008) leder själva problemuppgiften till mer interaktion och kommunikation då valet av lösningsmetod sedan tidigare inte är bestämt.

Problemuppgifterna som användes var av sammanhållen karaktär. För de kunde inte delas upp i mindre delar för att arbetas med individuellt. Vid sammanhållen uppgift menar Forslund Frykedal (2008) att eleverna behöver samarbeta mer än om de kunde dela upp uppgiften i mer individuella delar. En problemuppgift är en typ av sammanhållen uppgift. Steiner (1966) framför att en problemuppgift är en disjunktiv uppgift som vanligtvis leder till att en elev tar ansvar och löser uppgiften enskilt. Studiens resultat stämmer överens med ovanstående då första problemuppgiften inte hade mer instruktioner än att eleverna skulle arbeta tillsammans. Med hjälp av problemlösningsschemat ökade samarbetet mellan eleverna samt ökade möjligheten till delaktighet då uppgiften blev mer av en konjunktiv typ. Gruppen blev beroende av att alla skulle förstå uppgiften då eleverna tog ansvar för att alla eleverna skulle förstå lösningen och svaret. Utifrån resultatet framkommer det att en problemuppgift, som är sammanhållen, behöver en strukturerad process för att uppgiften inte ska vara disjunktivt. Jag undrar om det finns andra metoder än ett problemlösningsschema för att skapa en strukturerad process vid problemlösning.

Sammanfattningsvis har problemuppgifter i sig en ostrukturerad lösningsmetod som enligt Forslund Frykedal (2008), uppmuntrar till mer interaktion och kommunikation. Samtidigt behövs instruktioner för att strukturera upp själva processen för att eleverna ska kunna vara delaktiga. Att uppgifter är sammanhållna, vilket problemuppgifter är, räcker inte enligt studien för att eleverna ska samarbeta och vara delaktiga utan uppgiften kräver en strukturerad problemlösningsschema. Instruktionerna är viktiga för att eleverna ska ta ansvar för varandras förståelse samt göra det möjligt för alla elever att vara delaktiga. Ett problemlösningsschema leder till en hög grad av delaktighet och ansvarstagande då processen blir mer strukturerad samt att eleverna får en förståelse för att alla elever kanske inte förstår uppgiften och processen. Hur instruktioner kan användas för en hög grad av delaktighet anser jag har betydelse för yrkesamheten när eleverna ska arbeta med problemlösning i grupp. Enligt läroplanen (Skolverket 2011b) ska eleverna få möjligheten att utveckla sin förmåga att argumentera logiskt och föra matematiska resonemang. När

eleverna arbetar i grupp samtalar de med varandra på en nivå som de lätt förstår, då kan de utveckla dessa förmågor dock måste de vara delaktiga. Om alla elever är delaktiga kan de få hjälp att förstå omvärlden genom att en annan elev benämner och kommunicerar sitt sätt att tolka omvärlden på, i det här fallet, uppgiften och problemlösningen (Williams et. al. 2000). Därmed anser jag att lärare ska göra det möjligt för alla elever att vara delaktiga, genom exempelvis instruktioner till problemuppgifter.

#### **6.2.4 Implikationer för forskning och undervisningspraktiken**

Vidare undersökningar av hur instruktioner kan påverka elevernas delaktighet och ansvarstagande vid grupparbete måste ske för att kunna göra bredare generaliseringar. Studien utfördes i en årkurs 6 på vårterminen och genererade detta resultat. Vidare undersökningar behövs för att säkerställa ett rättvist resultat. Påverkas exempelvis resultatet av elevernas ålder? Uppmuntras exempelvis yngre elever till att bli mer delaktiga och ta mer ansvar med mer strukturerade instruktioner, som ett problemlösningsschema gjorde för eleverna i denna studie? Undersökning om hur mycket gruppdynamiken påverkar elevers delaktighet och ansvarstagande är även relevant. Det genom att göra studien igen fast baklänges, med sista uppgiften först o.s.v. Undersökning krävs även för att fortsätta utveckla instruktioner för att påverka elevernas möjlighet till delaktighet, då specifikt i att uppmuntra eleverna att lyssna mer på varandra och låta varandra utveckla sina idéer och resonemang.

## 7 Referenslista

Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (2., uppl.) Malmö: Liber.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32 (1), 9-13. Tillgänglig på: [https://www.jstor.org/stable/3699928?seq=1#page\\_scan\\_tab\\_contents](https://www.jstor.org/stable/3699928?seq=1#page_scan_tab_contents)

Andersson, H., Daag, M. (2016). *Elever lär med hjälp av varandra – Matematisk problemlösning i grupp*. Självständigt arbete. Högskolan för lärande och kommunikation.

Díez-Palomar, J., & Olivé, J. C. (2015). Using dialogic talk to teach mathematics: the case of interactive groups. *ZDM Mathematics Education*, 47 (7), 1299-1312. DOI 10.1007/s11858-015-0728-x

Forslund Frykedal, K. (2008). *Elevers tillvägagångssätt vid grupparbete- om ambitionsnivå och interaktionsmönster*. Doktorsavhandling, Linköpings universitet, Institutionen för beteendevetenskap och lärande.

Forslund Frykedal, K., Hammar Chiriac, E. (2018). Student Collaboration in Group Work: Inclusion as Participation. *International Journal of Disability, Development and Education* 65 (2), 183-198. DOI 10.1080/1034912X.2017.1363381

Granström, K. (2003). Arbetsformer och dynamik i klassrummet. I S. Selander (red.), *Kobran, nallen och majjen. Tradition och förnyelse i svensk skola och skolforskning* (s. 223-243). Stockholm: Myndighet för skolutveckling.

Granström, K. (2013). Att bearbeta destruktiva krafter. I E. Hammar Chiriac & A. Hempel (red.). *Handbok för grupparbete: att skapa fungerande grupparbeten i undervisning*, 151-166. Lund: Studentlitteratur.

Hagland, K., Hedrén, R., Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem: inspiration till variation*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hammar Chiriac, E., Einarsson, C. (2013). *Gruppobservationer: teori och praktik*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Hammar Chiriac, E. (2013). Forskning om grupparbete. I E. Hammar Chiriac & A. Hempel (red.). *Handbok för grupparbete: att skapa fungerande grupparbeten i undervisning*, 27-62. Lund: Studentlitteratur.

Hansson, Å. (2011). *Ansvar för matematiklärande – Effekter av undervisningsansvar i det flerspråkiga klassrummet*. Doktorsavhandling, Göteborg universitet, Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Hall, M, B. (2013). *Peer- and self- assessment of collaboration*. Hall M, B. Opublicerat manuskript. Hämtad från: [https://www.researchgate.net/publication/261831248\\_Peer-\\_and\\_Self-Assessment\\_of\\_Collaboration](https://www.researchgate.net/publication/261831248_Peer-_and_Self-Assessment_of_Collaboration)

Jern, S. (2013). I grupparbete spelar rollerna roll. I E. Hammar Chiriac & A. Hempel (red.). *Handbok för grupparbete: att skapa fungerande grupparbeten i undervisning*, 115-138. Lund: Studentlitteratur.

Johnson, D. W., Johnson, R.T. (1999). Making cooperative learning work. *Theory into Practice*, 38 (2), 67-73. DOI: 10.1080/00405849909543834

Koutrouba. K., Kariotaki. M., Christopoulos. I. (2012). Secondary education students' preferences regarding their participation in group work: The case of Greece. *Improving Schools*, 15 (3), 245-259. DOI: 10.1177/1365480212458862

Lester, F, k., Lambdin, D, V. (2007). Undervisa genom problemlösning. Boesen, J., Emanuelsson, G., Wallby, A., & Wallby, K (red.), *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning.

Löwing, M., Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik: för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.

Mirza, M., Hussain. N. (2014). Motivating learning in mathematics through collaborative problem solving: A focus om using rich tasks. *Journal of education and educational development*. 1 (1), 26-39. Hämtad från: <http://www.iobm.edu.pk/wp-content/uploads/2015/03/Mirza.pdf>

Plomp, T. (2010). Educational Design Research: An Introduction. I. Tjeerd Plomp & Nienke Nieveen (red.) *An Introduction to Educational Design Research*. Netherlands institute for curriculum development.

Pólya, G. (1970). *Problemlösning: en handbok i rationellt tänkande*. Stockholm: Prisma.

Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *The Mathematics Enthusiast*, 10 (1&2), 9-34. Tillgänglig på: <https://scholarworks.umt.edu/tme/vol10/iss1/3/>

Skemp, R. (2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12 (2), 88-95. Tillgänglig på: [https://www.jstor.org/stable/41182357?seq=1#page\\_scan\\_tab\\_contents](https://www.jstor.org/stable/41182357?seq=1#page_scan_tab_contents)

- Skolverket. (2011a). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket
- Skolverket. (2012). *TIMSS 2011: Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Skolverket.
- Steiner, I. D. (1966). Models for inferring relationship between group size and potential productivity. *Behavioral Science*, 11, 273 – 283. Tillgänglig på: <http://psycnet.apa.org/record/1966-10588-001>
- Säljö, R. (2012). Den lärande människan – teoretiska traditioner. I Lundgren, U. P., Säljö, R & Liberg, C. (red.) *Lärande, skola, bildning – grundbok för lärare*. (2., rev. utg.) s. 139-197). Stockholm: Natur & kultur.
- Säljö, R. (2015). *Lärande – En introduktion till perspektiv och metaforer*. Malmö: Gleerups.
- Säljö, R. (2014). *Lärande i praktiken – Ett sociokulturellt perspektiv*. (3. Uppl.. ed.). Lund: Studentlitteratur
- Vaughan, W. (2002). Effects of cooperative learning on achievement and attitude among students of color. *Journal of Educational Research*, 95 (6), 359-364. DOI: 10.1080/00220670209596610
- Vetenskapsrådet. (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning* [Elektronisk resurs]. Stockholm: Vetenskapsrådet. Tillgänglig på [http://www.cm.se/webbshop\\_vr/pdf/etikreglerhs.pdf](http://www.cm.se/webbshop_vr/pdf/etikreglerhs.pdf)
- Watanabe, M., Evans, L. (2015). Assessments that promote collaborative learning. *Mathematics Teacher*, 109 (4), 298-304. DOI: 10.5951/mathteacher.109.4.0298
- Williams, P., Sheridan, S., & Pramling Samuelsson, I. (2000). *Barns samlärande: En forskningsöversikt*. Stockholm: Statens skolverk: Liber.
- Williams, P. (2006). *När barn lär av varandra: samlärande i praktiken*. Stockholm: Liber.

## Bilaga 1

### Delaktighet

Uppgift:

Grupp:

Delaktighetsaspekter	Kommentar:				
Söker information		Söker information och frågar om vid oklarheter eller inter får svar.	Söker information men frågar inte om när de inte får svar.	Söker delvis information, frågar inte om de inte får svar.	Söker inte information för att kunna förstå och lösa uppgiften
Hjälper andra att förstå, svarar på frågor		Förklarar utan att gruppen måste fråga om se till att alla förstår	Svara på och fördjupar svaren för förståelse	Svarar på angivna frågor	Inte angelägen att hjälpa eller svara på frågor
Lyssnar på varandra, låter alla komma till tals		Uppmuntrar alla till att komma till tals och lyssnar aktivt	Låter alla komma till tals och lyssnar aktivt	Lyssnar ibland på de andras idéer och funderingar	Avbryter
Attityd till uppgiften, visar intresse och tar ansvar för uppgiften		Tar ansvar för uppgiften och visar intresse	Visar intresse och tar delvis ansvar	Visar intresse för uppgiften	Visar inte intresse för uppgiften eller ett negativt intresse för uppgiften
Kommer med förslag och idéer		Delar med sig av idéer	Delar ofta med sig om idéer	Ger ibland idéer	Ger sällan/aldrig idéer till gruppen
Arbetsbörda		Delar alltid upp arbetsbördan jämt i gruppen	Ofta delar upp arbetsbördan	Delar ibland upp arbetsbördan	Delar inte upp arbetsbördan, någon löser uppgiften själv
Håller fokus. Låter andra göra det som behöver göras		Håller fokus på uppgiften och vad som ska göras under hela tiden	Håller fokus på uppgiften största delen av tiden	Håller fokus på uppgiften ibland	Håller inte ofta fokus på uppgiften, låter de andra göra uppgiften
Ledarskap		Tar ledarskap i gruppen på ett bra sätt och när det behövs hjälper gruppen att fokusera, uppmuntrar delaktighet	Ibland tar medlemmen ledarskap i gruppen på ett bra sätt.	Gruppmedlemmen låter andra ta ledarroll och blir ofta dominerad av gruppen	Tog inte ledarskap i grupper eller tog ledarskap på ett dåligt sätt.

## Bilaga 2

### Förfrågan om tillstånd för att ert barn kan delta i en undersökning inom ramen för examensarbete vid lärarutbildningen vid Jönköping University

Hej!

Mitt namn är Madeleine, jag är lärarstudent och utbildar mig vid Jönköping University. Nu skriver jag mitt avslutande examensarbete. Studien handlar om arbetssättet att arbeta i grupp, specifikt arbete med matematisk problemlösning. Syfte är att undersöka hur instruktioner till problemuppgifter påverkar elevernas deltagande vid grupparbete.

För att kunna nå mitt syfte behöver jag samla in material genom fältanteckningar, elevernas anteckningar och video för att sedan analysera. Under tre tillfällen kommer jag att besöka skolan och observerar olika grupper när de arbetar med problemuppgifter jag konstruerat.

Jag vill med det här brevet be er som vårdnadshavare om tillåtelse att ert barn deltar i min studie. Eleven, klassen, enheten och skolan kommer anonymiseras i rapporten och kommer således vara omöjliga att urskilja i undersökningen. Materialet behandlas strikt konfidentiellt.

Deltagande är helt frivilligt i enlighet med de etiska reglerna för forskning. Om ni väljer att låta ert barn delta, samt ert barn väljer att göra så, har denne rätt att när som helst välja att avbryta deltagandet utan att ifrågasättas fram till dagen arbetet publicerat.

Vad jag behöver från er är att ni som elevens vårdnadshavare skriver under brevet. Tacksam om ni så snart som möjligt skickar brevet med ert barn tillbaka till skolan så att observationen kan påbörjas. Sätt ett kryss i den ruta som gäller för er del:

Som vårdnadshavare ger jag tillstånd att mitt barn deltar i undersökningen

Som vårdnadshavare ger jag inte tillstånd att mitt barn deltar i undersökningen

.....

.....

Elevens namn

Vårdnadshavares underskrift

Har ni ytterligare frågor ber jag er kontakta mig på telefonnummer: 073\*\*\*0806

Med vänliga hälsningar: Madeleine Daag



## Bilaga 3

### Uppgift 1

#### Lös uppgiften tillsammans

Julian och hans familj har plockat hallon, de har plockat 6 liter. Julian ska lägga hallonen i små lådor. I lådorna får det precis plats 1 liter.

Han vill ha två lådor som är fulla. Några lådor vill han ha halvfulla och minst en låda fylld till  $\frac{3}{4}$ . Inga hallon ska slängas utan alla ska läggas i en låda.



Hur många lådor ska han plocka fram?

## Bilaga 4

### Uppgift 2

#### Läs uppgiften högt!

Ulrika, Andreas och Senda har samlat tomburkar. De pantar burkarna och lägger alla pengarna i en ask. De tänker dela pengarna lika, alltså  $\frac{1}{3}$  var.

Medan Ulrika och Andreas ser på TV, tar Senda  $\frac{1}{3}$  av pengarna och går hem.

När Ulrika och Andreas sedan reser sig från TV:n för att ta sina delar har de inte märkt att Senda redan tagit sin del. De tror att alla pengar är kvar och tar därför  $\frac{1}{3}$  var av pengarna, Ulrika och Andreas tar 6 kronor var.

Hur mycket hade de totalt pantat för?

#### **Glöm inte att lyssna på vad alla i gruppen har att säga!**

**Steg 1: Ta en stund för att se till så alla förstår problemet och vad som är frågan. Ställ frågor och svara på varandras frågor så att alla förstår.**

**Bestäm tillsammans och skriv upp den viktiga informationen på pappret.**

**Steg 2. Försök att komma på hur ni ska göra för att lösa problemet. Gör upp en plan, hur ska ni lösa den?**

**Vilka beräkningar behöver ni göra?**

**Har ni olika idéer i gruppen?**

**Vart ska ni börja?**

**Steg 3. Genomför er plan. Fungerar inte planen återgå till steg 2.**

**Steg 4. Sista steget: Är svaret rätt? Se tillbaka på uppgiften och se om ni svaret på rätt grej och om svaret är rimligt.**

## Bilaga 5

### Uppgift 3

Fem elever har ett antal samlarbilder var. Den som har flest har 40 st. Medelvärde är 22 st, medianen är 20 st och typvärdet är 20 st.

Hur många bilder har var och en?

### **Det handlar inte om att lösa uppgiften snabbt utan väl!**

Steg 1: Ta en stund för att se till så alla förstår problemet och alla begrepp?

- Skriv tillsammans upp viktig information från uppgiften på pappret.

Steg 2. Försök att komma på hur ni ska göra för att lösa problemet.

- Vilka beräkningar behöver ni göra?
- Har ni olika idéer i gruppen på hur man kan lösa uppgiften?
- Se till att alla i gruppen förstår planen!

Steg 3. Genomför er plan.

Steg 4. Sista steget: Är svaret rätt? Kontrollera!

Förstår alla i gruppen hur uppgiften löstes?

**Kan man lösa problemet på ett annat sätt? Med en annan metod?**

**Finns det något annat svar på uppgiften?**