JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Matematik ”på riktigt”

En kvalitativ studie av lärares uppfattningar om relationen mellan verkligheten och matematikundervisningen

KURS: *Examensarbete för grundlärare 4-6, 15hp*

PROGRAM: *Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i grundskolans årskurs 4-6*

FÖRFATTARE: *Lukas Jönsson*

EXAMINATOR: *Annica Otterborg*

TERMIN: *VT18*

JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Examensarbete för grundlärare 4-6, 15hp
Grundlärarpogrammet med inriktning mot arbete i grundskolans årskurs 4-6.
VT18

SAMMANFATTNING

Lukas Jönsson

Matematik ”på riktigt”

En kvalitativ studie av lärares uppfattningar om relationen mellan verkligheten och matematikundervisningen

Antal sidor: 34

Matematiken har använts i flera tusen år. Även om matematiken i sig utvecklas är det en sak som består: vi använder den i verkligheten. Att arbeta med kopplingen mellan matematiken och verkligheten är ett av matematiklärarnas uppdrag. Tidigare forskning visar att matematikundervisningen i yngre åldrar ska syfta till högre studier och ett mer krävande samhälle där matematikkunskaper, bland annat matematisk modellering, är ett krav för att få en djupare verklighetsanknytning till matematiken. Eftersom matematiken är så viktig på flera plan och lärare måste kunna motivera eleverna till att arbeta med det som lärs ut i skolan, spelar lärarnas egen syn och attityd till verklighetsanknuten matematik en stor roll.

Studien utgår utifrån undervisningsteorin *Realistic Mathematics Education* och syftar till att bidra med kunskap om hur matematiklärare, som undervisar i årskurs 4-6, kan uppfatta verkligheten i förhållande till sin undervisning. Detta görs genom att utföra sex stycken semi-strukturerade intervjuer med lärare som undervisar matematik på mellanstadiet. För att besvara studiens syfte utgår studien ifrån fyra frågeställningar:

- Vad anser lärare att matematikundervisningens roll är i skolan?
- Hur använder matematiklärare verkligheten i sin undervisning?
- Hur konstruerar matematiklärare en uppgift kopplad till verkligheten för sina elever?
- Hur resonerar matematiklärare kring en matematisk modelleringsuppgift?

Resultatet visar att lärarna är positiva till användandet av en verklighetsanknuten matematikundervisning och att det gynnar eleverna. Flera av lärarna i studien kopplade uttrycket *verklighetsanknuten matematikundervisning* till större arbeten eller projekt med eleverna och kunde se svårigheter med att hinna med att utföra eller planera dessa aktiviteter. Vid uppgifter som är kopplade till verkligheten läggs större fokus av lärarna på processen än det slutgiltiga svaret. Även diskussion kring uppgifterna ansågs viktigt.

Sökord: verklighetsanknuten, matematik, lärares syn, undervisning, 4-6

JÖNKÖPING UNIVERISTY
School of Education and Communication

Degree Project for Teachers in Primary School Years 4-6, 15hp
Teacher Education Programme for Primary Education – Preschool and School Years 4-6
Spring semester 2018

ABSTRACT

Lukas Jönsson

Mathematics “for real”

A qualitative study on teachers’ notion about the relation between reality and the education of mathematics

Number of pages: 34

Mathematics has been used for several thousands of years. Even if the mathematics progresses there is one thing that consist: we still use it in the real world. To work with the connection between the mathematics and the reality is one of the mathematics teachers’ tasks. Previous research is pointing out that the education of mathematics in lower years should aim to prepare the students for higher education studies and an increasingly more demanding society where mathematical knowledge, among them mathematical modeling, is crucial to achieve a deeper connection between the real life and the mathematics. Since the mathematics is so important on several levels and teachers need to be able to motivate their students to work with the subjects that are situated in schools, does the teachers’ own view and attitude towards real-life connected mathematics play a big part.

The study emanates from the teaching theory *Realistic Mathematics Education* and aims to contribute with knowledge about how mathematic teachers, who teaches students aged 9-13, can perceive the reality linked to their teaching. This is done by six semi-structured interviews with teachers who are active in teaching mathematics for students aged 9-13. To answer the aim of the study, it emanates from four questions:

- What do teachers regard as the role of mathematic education in school?
- How do mathematic teachers use the reality in their teaching?
- How do mathematic teachers design a task linked to the reality, for their students?
- How do mathematic teachers reason about a mathematic modeling-task?

The results shows that teachers are positive towards the use of a real-life connected education in mathematics and that they believe it benefits the students. Several of the teachers in the study associated the term *real-life connected teaching in mathematics* to larger tasks or projects with the students and could see difficulties in finding the time to plan and execute said activities. When working with tasks that are connected to the reality, the teachers focus more on the process than the final answer. The discussion around the tasks is also something that is also important according the teachers.

Keywords: real life connected, mathematics, teaching, teachers view, age 9-13

Innehållsförteckning

1 Inledning

Människors syn på matematik och matematikundervisning skiftar kontinuerligt. Den utvecklas av människans behov och nyfikenhet (Skolverket, 2017b). Vi hittar nya sätt att använda matematiken, nya sätt att undervisa i matematik, och elever idag ifrågasätter om de behöver kunna det som lärs ut i skolan. En sak som inte skiftar är att vi använder matematiken i vardagen, medvetet eller omedvetet. När elever ifrågasätter varför de borde lära sig matematik finns det argument vi kan använda. Matematiken är viktig för fortsatta studier, det är ett vetenskapligt språk och används i andra ämnen. Ett annat argument är att matematiken är användbar utanför skolans väggar (Frejd & Lundberg, 2015). Ibland använder vi matematiken för att ta reda på hur lång tid det tar innan bussen kommer och ibland för att lösa större outforskade problem. Kopplingen mellan matematiken och verkligheten kan se olika ut, inte minst i undervisningen. Ett sätt att arbeta med just den kopplingen är genom matematisk modellering, att genom matematiken försöka förklara världen vi lever i och hitta lösningar på situationer som uppstår i vardagen.

Lika explicit som styrdokumenten tar upp olika slags tal och dess egenskaper står det att matematikundervisningen tydligt ska kopplas till elevers verklighet, bland annat för att hjälpa och locka elever att utforska vår värld samt hitta förklaringar av fenomen och situationer. Ett sätt att arbeta med verkligheten i matematiken är genom matematisk modellering. Begreppet kan definieras som ett redskap för att förklara den riktiga världen med hjälp av matematik (Arseven, 2015). Matematisk modellering behövs i mellanstadiet för att eleverna ska utveckla förmågan att koppla matematiken till verkligheten (Bautista, Wilkersson-Jerde, Tobin och Brizuela, 2014). Samtidigt lyfter samma forskare att synen på matematisk modellering varierar bland forskare, det är ett begrepp som diskuteras och problematiseras flitigt. I sin doktorsavhandling skriver Palmer (2010) att lärarstudenter som studerar mot yngre åldrar har en negativ inställning till matematikämnet. Många lärarstudenter förknippar matematiken med individuellt arbete med traditionell skolmatematik. Enligt Fosnot och Dolk (2018) är lärare och lärarstudenter för resistenta mot förändringar kring synen på hur man undervisar i matematik. Ett problem hos lärarstudenter är att de har förutfattade meningar om vad undervisning och lärande innebär, något som har formats av egna erfarenheter som elev. Av personlig erfarenhet har många lärare och lärarstudenter väldigt lite, eller ingen, vetskap om vad modellering är. Det skapar en växande nyfikenhet inom mig om hur vi tänker kring matematiken i relation till den värld vi lever i samt hur vi väljer att inkludera världen som hjälpmedel för vår undervisning.

Lärare börjar inte skapa ett matematikdidaktiskt eller pedagogiskt tankesätt från första dagen de börjar arbeta som lärare, utan det utvecklas mycket under lärarutbildningen. Även om man formas till stor del av sin lärarutbildning har man redan tidigt i sitt liv formats av erfarenheter och skolgång. Vidare belyser Fosnot och Dolk (2018) att det inte är tillräckligt mycket fokus på att få elever att utforska matematiken på ett mer konstruktivistiskt sätt, där man lär sig genom processen. Synen på matematikens natur där elever och lärare, genom ett matematiskt perspektiv, skapar mening av världen, måste utvecklas (Ibid).

Jag har inget tvivel om att de allra flesta lärare använder verkligheten i sin matematikundervisning, men det går att göra på olika sätt, som med allt annat. Människors handlingar påverkas av den syn man har på världen och tidigare erfarenheter. Likaså präglas undervisningen av den som undervisar. Jag har haft svårigheter att finna forskning som är kopplad till mellanstadielärares användning eller attityder till verklighetsanknuten matematikundervisning. Därför anser jag att det är relevant att undersöka hur lärare ser på verkligheten i matematiken samt i undervisningssyfte, vilket kommer vara mitt fokus i den här intervjustudien.

1.1 Arbetets disposition

Studien är uppbyggd i fem kapitel varav det första är en inledning till uppsatsen som följs av dispositionen och studiens syfte med tillhörande frågeställningar som ska behandlas (kap. 1). I bakgrunden (kap. 2) redovisas den forskning som jag anser ha anknytning till uppsatsens syfte och frågeställningar. Bland annat lyfts hur matematikundervisningen är uppbyggd i några av de äldre läroplanerna för att skapa en historisk syn på hur lärare skulle förhålla sig till ämnet matematik. Den historiska synen följs upp med dagens styrdokument och presenterar vad som matematiken ska syfta till i dagens skola. Verklighetsanknuten matematik och matematisk modellering är två begrepp som ligger nära varandra och som enligt viss forskning måste behandlas i symbios och är nära relaterat till det teoretiska ramverk som avslutar kapitlet. Metodkapitlet redogör för det urval som har gjorts, för den undersökningsmetod som använts, hur materialanalysen gick till väga och vilka forskningsetiska överväganden som beaktats i studien (kap. 3). Vidare följer resultatavsnittet där analyserad data presenteras, indelad i fyra aspekter med varsin underrubrik (kap. 4). Uppsatsen avslutas med ett diskussionskapitel där både metoden och resultatet behandlas. Metoden diskuteras och granskas kritiskt. Resultatet diskuteras gentemot tidigare forskning, teoretisk bakgrund, studiens syfte och frågeställningar samt vad resultatet kan innebära för yrkesverksamheten (kap. 5).

1.2 Syfte och frågeställningar

Syftet är att bidra med kunskap om på vilka olika sätt matematiklärare, som undervisar i årskurs 4-6, kan uppfatta relationen mellan verkligheten och matematikundervisningen.

Syftet vill jag uppnå genom att besvara följande frågeställningar:

- Vad anser lärare att matematikundervisnings roll är i skolan?
- Hur använder matematiklärare verkligheten i sin undervisning?
- Hur konstruerar matematiklärare en uppgift kopplad till verkligheten för sina elever?
- Hur resonerar matematiklärare kring en matematisk modelleringsuppgift?

2 Bakgrund

I den här delen av arbetet beskrivs kortfattat hur synen på matematikundervisningen samt den pedagogiska synen på utbildning och dess former har sett ut i den svenska grundskolan för att skapa en historisk syn på matematikundervisningen. Även vad styrdokument och forskning säger om matematikundervisning kopplat till verkligheten presenteras. Vidare förklaras matematisk modellering och forskning kring begreppet presenteras. Sist redogörs för den teori som studien grundar sig på.

Jag vill påpeka skillnaden mellan *verklighetsnära*/*verklighetsanknutna* och *vardagsnära situationer* då båda begreppen används i studien. Det förstnämnda begreppet används mer generellt kring vad som kan finnas i elevernas verklighet medan det sistnämnda begreppet syftar till det som finns direkt i elevernas vardag och är det som används i Lgr 11.

2.1 Matematikundervisningen i föregående läroplaner

Efter 120 år av folkskola togs ett beslut i Sverige att skapa en skola för alla, en grundskola. I och med att grundskolan bildades fick vi vår första läroplan, Lgr 62. I den här läroplanen framkom motiveringar till undervisning av ämnen tydligare än innan. I Lgr 62 var ett mål för matematiken att eleverna skulle förvärva säkerhet i att lösa olika slags matematiska uppgifter, främst av praktisk natur (Kungliga Skolöverstyrelsen, 1962). I början motiverades det som fostran och för att kunna fungera som ansvarskännande samhällsmedlemmar. När nästa läroplan kom 1969 var synen på elever annorlunda. Då såg skolväsendet till varje enskild individ och utgick från elevens kunskapsutveckling. Matematikundervisningen skulle då kopplas till konkreta händelser i den mån det behövdes för att eleven skulle förstå innebörden. Undervisningen skulle även utgå från elevernas erfarenheter, deras frågeställningar och uppgifter utifrån elevernas intressen (Skolöverstyrelsen, 1969). Läraren skulle variera undervisningsformer och arbetssätt och hitta metoder som var gynnsamma både för eleverna, gruppsammansättningarna och läraren själv. Bedömningen skulle ske i form av kontroller av olika slag, bland annat ges exempel på olika sorts förhör och prover som något lärarna skulle använda sig av. Modelleringsbegreppet får utrymme i den här läroplanen i form av att begreppet ska diskuteras i årskurs nio men främst arbetas med i de naturorienterande ämnena.

Nästa stora steg kom i Lgr 80, där ordet *bildning* tog utrymme. Skolväsendet började gå ifrån att enbart förmedla färdigheter och kunskaper till att fokusera på elevernas egen bildning (Carlgren, Forsberg & Lindberg, 2009). Syftet med matematikundervisningen blev ännu tydligare i den här läroplanen. Ämnet skulle syfta till att elever kunde beskriva verkligheten med hjälp av matematik och beräkna effekterna av olika handlingar. Elevernas matematikfärdigheter skulle lyftas så att eleverna skulle få insikt i hur de kunde användas (Skolöverstyrelsen, 1980). I undervisningen skulle lärarna använda vardagssituationer som utgångspunkt, mer än innan, för att öka elevernas förståelse och lärande av ämnet. Problemlösningen fick därmed en ny vinkel och skulle användas så att elever kunde lösa matematiska problem som de mötte i hemmet och samhället. Däremot nämns det inget om begreppet matematisk modellering i Lgr 80.

Som resultat av politiken under 1980- och början av 1990-talet blev skolan decentraliserad och flera nya reformer trädde i kraft som gjorde stora avtryck i undervisning. I den nyare läroplanen, Lpo 94, skiftade den svenska skolan fokus från en mer processinriktad skola till en målstyrd. I de flesta ämnen, inklusive matematik, skulle undervisningen utgå från elevernas verklighet. Synen på hur lärandet skulle ske hade dock ändrats något. På 1990-talet framkom nygamla influenser från Aristoteles där kunskapen redan existerade och var något som skulle hämtas in (Carlgren et al., 2009). Detta är synligt i målen för matematik i Lpo 94 där majoriteten av målen som ska strävas mot börjar med att eleven ska ”förstå” eller ”inse” (Utbildningsdepartementet, 1994). Modellering började framträda mer i den här läroplanen än vad det har gjort tidigare. I Lpo 94 framställdes konstruktion och användande av matematiska modeller som ett mål i matematikundervisningen.

Den svenska skolan har under 1900-talets senare hälft skapat synen av att eleverna ska bildas till fungerande och delaktiga demokratiska medborgare. Att vi skulle ha en mål- och resultatinriktad skola samtidigt som bildning är i fokus är paradoxalt enligt Carlgren et al. (2009). Enligt forskarna är bildningsbegreppets syfte att motverka standardiserade kunskaper.

2.2 Styrdokumenten idag

Matematikundervisningens koppling till verkligheten tas flitigt upp i flera av skolverkets texter. I kommentarmaterialet till kursplanen i matematik står det att elevers förståelse för matematikens användning i olika situationer och sammanhang ska utvecklas, vilket är en genomgående ambition i kursplanen (Skolverket, 2017b). Om man enbart ser till matematisk modellering kan man se att den genomsyrar läroplanen för matematik i grundskolan. Modellering finns med i matematikens syftestext genom formuleringen ”[…] reflektera över och värdera valda modeller”, i det centrala innehållet för årskurs 4-6 genom formuleringen ”matematisk formulering av frågeställningar utifrån vardagliga situationer” samt som kunskapskrav för årskurs 7-9 där elever ska kunna formulera matematiska modeller som kan tillämpas i ett sammanhang (Skolverket 2017b, s. 1, 4, 10). I matematikämnets syftestext framkommer det att undervisningen av matematik ska utveckla elevers kunskaper om ämnet och ämnets användning i vardagen samt i andra ämnesområden. I kommentarmaterialet (Skolverket, 2017a) fördjupas anknytningen till verkligheten genom att man inte endast ska utveckla kunskaper i tolkning, beskrivning och formulering av vardagliga situationer. Eleverna ska även kunna ta till sig det matematiska innehållet i dessa situationer, vilket kan göras i form av att formulera enklare matematiska modeller.

I kursplanen beskrivs det att matematikundervisningen bland annat ska syfta till att ge elever möjlighet att utveckla intresse och tilltro till matematiken samt förmågan att använda matematiken i varierande sammanhang (Skolverket, 2017b). Det syftet uppnås enligt kommentarmaterialet (Skolverket, 2017a) genom att utveckla elevers medvetenhet om att det inte alltid finns ett rätt eller fel svar eller att det finns flera vägar för att nå ett resultat. Det ska alltså finnas ett fokus på reflektion kring metoder, att våga testa sig fram och att uppmana elever till att växla perspektiv och använda nya, eventuellt outforskade, metoder. I syftestexten i Lgr 11 (Skolverket, 2017b) nämns fortsättningsvis att förutom kunskapsutveckling av att formulera och lösa problem ska undervisningen syfta till att utveckla kunskaper gällande att värdera och reflektera över valda strategier, resultat och modeller. I modelleringsprocessen kan det krävas flera eller olika tillvägagångssätt som kräver varierande uttrycksformer, såväl matematiska som andra, vilket elever ska få möjlighet att utveckla kunskaper om (Ibid).

I sammanfattningen av syftestexten (Skolverket, 2017b, s. 1) beskrivs de förmågor som ska ges möjlighet att utvecklas.

> […] ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder, använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp, välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter, föra och följa matematiska resonemang, och använda matematiska uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Man kan argumentera för att matematisk modellering ger underlag för att utveckla nästintill alla dessa förmågor. Ett exempel är när Karlsson och Kilborn (2015) skriver om arbetsprocessen vid arbete med matematiska modeller. Där ska eleverna välja och hitta lämpliga modeller. Eleverna ska analysera och utvärdera modellen de har skapat eller använt. Författarna belyser att undervisningen ska fokusera på hur eleverna resonerar sig fram till exempelvis olika mönster. Vid problemlösning ska verktyg användas och utvecklas, vilket matematiska modeller delvis syftar till (Ibid). Vidare lyfter de att lärarens roll i modelleringsprocessen är att leda och fördjupa diskussionen kring lösningen och strategin bakom lösningen.

2.3 Verklighetsanknuten matematik

Det finns inget tvivel om att lärare ska använda verkligheten, speciellt elevnära verklighet, i matematikundervisningen. Som tidigare nämnts är det genomgående från syftestexten till kunskapskraven i matematikämnets kursplan. Sparrow (2008) skriver att ett av de allra viktigaste målen med matematikundervisning är att förbereda elever så de klarar av matematiken som är nödvändig i vardagslivet. Begreppet verklighetsanknuten i förhållande till matematikundervisning kan brett definieras som att det inkluderar situationer som direkt eller indirekt kan kopplas till vardagliga aktiviteter eller berör andra ämnen än matematik (Styilanides & Styilanides, 2008).

Det finns flera former av verklighetsanknuten matematikundervisning och uppgifter. Vilka uppgifter som kan benämnas som verklighetsanknutna kan diskuteras. Kan man kalla en uppgift som lyder ”Din lärare skriver 2+2 på tavlan, vad får hon för svar?” en verklighetsanknuten eller kontextbunden uppgift? När man vill utveckla en elevs matematiska kunskaper bör man, i många fall, undvika ”uppklädda” uppgifter. Det innebär uppgifter som är kontextbundna men inte kopplade direkt till elevens verklighet, och inte rika, meningsfulla uppgifter (Sparrow, 2008; Fosnot & Dolk, 2018). Dessa uppklädda uppgifter eller problem är enligt Sparrow (2008) generellt sätt ur kontext för eleverna och skapar inte lika ökad motivation för eleverna att lära sig trots att de kan vara hämtade ur omvärlden. Det finns alltså olika former av verklighetsanknutna uppgifter, och de skiljer sig åt genom deras kontext.

Det ska finnas ett syfte med valet av uppgifter som lärare använder i sin undervisning. Om läraren vill att eleverna övar på en introducerad metod eller strategi kan läraren använda uppklädda uppgifter för att få in verklighetsanknytningen. Om målet med matematikundervisningen istället är att utveckla elevers kunskaper i användandet av matematiken i deras vardag och i verkliga sammanhang borde uppgifterna rimligtvis vara verklighetsanknutna med elevkontext. Om kontexten i undervisningen eller specifika uppgifter är meningsfull och verklig för eleverna kommer deras samtal i klassrummen också att relatera till kontexten (Fosnot & Dolk, 2018). Dessa samtal är av vikt för ett effektivt lärande (Boaler & Humphreys, 2005). Samtalen i sig leder till att matematiska frågor uppstår, och elever börjar matematisera situationen som de ställs inför där en variation av strategier används (Ibid). Vidare skriver Boaler och Humphreys (2005) att kontexten har en inverkan på matematisk modellering. Genom att lägga till eller ändra kontexten i en uppgift kan göra att elever skiftar strategier och metoder för att lösa den. Uppgifter med kontext och som har en tydlig koppling till verkliga situationer ökar elevers motivation att arbeta med uppgifterna betydligt (Styilanides & Styilanides, 2008).

2.4 Matematisk modellering

Att sätta fingret på exakt vad matematisk modellering är eller innebär är inte lätt. I en text från Skolverkets lärportal i matematik uttrycker författarna att det finns en mängd olika beskrivningar av innebörden av matematisk modellering (Frejd & Lundberg, 2015). Begreppet beskrivs av Arseven (2015) som en verklig händelse som ska förklaras med hjälp av matematik. Till skillnad från ”vanlig” problemlösning utgår man inte från färdiga formler eller ekvationer för att applicera på ett visst problem, utan man försöker överföra verkligheten in i matematiken, hitta och lösa matematiken i det och sedan föra tillbaka matematiken in i verkligheten. Det handlar om att övergå från den riktiga världen till matematik och tvärt om (Blum & Borromeo Ferri, 2009). Karlsson och Kilborn (2015) skriver om processen bakom problemlösning som sammanfattningsvis är att se på problemet och avgöra om man vet hur man kan lösa det. Om man inte vet hur man kan lösa det bryter man ned problemet tills man funnit en matematisk modell som går att använda. Modellen kan ses som en mental karta där matematiken orienterar sig i och utforskar samband, enligt Fosnot och Dolk (2018).

Diskussionen om matematisk modellering har lyfts fram mer de senaste årtionden. Det finns en oenighet om modellering ska tillhöra det matematiska ämnet (Frejd, 2014) då det kan framstå för ospecificerat för eleverna om läraren inte har tillräckliga kunskaper om modellering (Bautista et al., 2014). Andra påpekar att det inte bara ska finnas med i undervisningen utan att det till och med är nödvändigt för att elever ska kunna leva i en allt mer krävande värld (English, Fox & Watters, 2005). Även Karlsson och Kilborn (2015) påpekar att användandet av matematiska modeller är så vanligt förekommande i olika situationer att det bör genomsyra all undervisning i matematiken och inte bara den matematik som inriktar sig på äldre och mer ämneskunniga eleverna utan även i matematiken med de yngsta eleverna. Matematiska modeller behövs när vi matematiserar, alltså när vi försöker lära oss världen genom ett matematiskt perspektiv (Fosnot & Dolk, 2018). Samma forskare poängterar att det är omöjligt att inte prata om matematiska modeller när man pratar om matematisering.

Gällande lärarnas inverkan på arbetet nämner Özdemir, Üsel och Özsoy (2017) i sin studie att bristen på kunskaper om modelleringsarbetet bland lärare skapade förvirring kring konceptet att arbeta med modeller i matematiken. För att kunna undervisa om matematikens olika delar krävs inte enbart att lärare behärskar det de undervisar om, utan även en förståelse för den matematik man lär ut krävs (Karlsson & Kilborn, 2015). En annan studie som gjordes i Turkiet visade på att lärarstudenter inte kunde skapa matematiska modeller (Bal & Doganay, 2014). I samma studie nämns att tidigare forskning visar på samma resultat, fast bland verksamma lärare. Synen lärare har på modellering inom matematikundervisningen påverkar hur de arbetar med det (Frejd, 2014). Att det finns bristande kunskap om begreppet bör diskuteras vidare, men det är nödvändigtvis inte samma sak som att ha olika syn på begreppet, vilket skapar variation i undervisningen. Att det kan skapa en variation finns det både för- och nackdelar med, uttrycker Bautista et al. (2014). Variationer i uppfattningar av begreppet bidrar till att lärare använder olika redskap och hjälpmedel i olika kontexter och situationer. Det här ses som en positiv aspekt eftersom det är exakt det som modellering handlar om (Ibid.) En nackdel som nämns är att mångfalden av definitioner kan skapa förvirring kring undervisningen, om vad som är modellering och vad som inte är modellering.

Till skillnad från många problemlösningsuppgifter eller kontrolluppgifter finns det inte ett rätt svar när elever arbetar med modeller. En och samma uppgift kan ge lika många olika svar som det finns elever som arbetat med den, och ingen behöver ha fel. Ofta kan det handla om hur eleven tolkar problemställningen eller vilken matematik eleven uppfattar i problemet. Därför är det viktigt att lärare har goda ämneskunskaper för att kunna hjälpa elevers olika resonemang framåt (Baumert et al., 2010). Vid bedömning av en modell ska läraren fokusera på hur väl modellen uppfyller sitt huvudsyfte och på kvalitén av elevens arbete (Frejd, 2014). Arbetsupplägget för modelleringsprocessen varierar då lärare har olika syn på vad det faktiskt innebär. Däremot påpekar flera forskare att låta eleverna arbete i grupp, att inte eleverna ska behöva tackla problemen själva, är av stor vikt vid modelleringsarbete (Albaraccín & Gorgorió, 2015; Arseven, 2015).

2.5 Teoretiskt ramverk

En undervisnings- och lärandeteori som fokuserar på användandet av verkligheten i matematikundervisning är RME, *Realistic Mathematics Education* (Realistisk matematikundervisning). Likt en matematisk modelleringsprocess fokuserar man i RME på att använda en verklig kontext för eleverna som utgångspunkt i undervisningen. Kontexten behöver nödvändigtvis inte vara en riktig händelse i elevernas vardag, men ska kunna finnas i deras verklighet (Skott, 2010).

Freudenthal[1] är en välkänd matematiker och hans filosofi inom matematiken ligger till grund för teorin (Ibid). RME som undervisningsteori fokuserar på utformandet av matematikundervisningen. Något som är karaktäristiskt för just RME är att fokus ligger på lärarens aktiva roll i utformning av uppgifter och klassrumsaktiviteter där elever ska tänka mer aktivt i kontext och elevnära situationer (Anderson, 2013). Istället för att låta elever lära sig matematiken först och sedan tillämpa den ska man istället börja med ett problem som finns i elevernas omvärld och låta de systematisera sina egna lösningar. Det är där som den egentliga matematiken ligger enligt Freudenthal (Skott, 2010). Uppgifterna eller aktiviteterna ska utformas så att eleverna ställs inför ett tidigare outforskat problem med få eller inga detaljerade anvisningar om hur de ska hantera det. Läraren ska inte bara använda uppgifter för att bygga upp en inledande förståelse hos eleverna. Uppgifterna ska behandlas vidare för att vidareutveckla en förståelse av vissa delar i matematiken genom att ändra på frågan eller bygga på uppgiften vidare. Till exempel skulle grunduppgiften

[1] Hans Freudenthal var en matematiker som utvecklade ett stort intresse för didaktik och haft ett stort inflytande på matematikdidaktien. Han var ordförande ICMI, den internationella matematikundervisningskommissionen, mellan 1967-1970. Han var initiativtagare till skapandet av institutet för utveckling av matematikundervisningen, som då hette IOWO, samt en drivande kraft för grundandet av tidskriften *Educational Studies in Mathematics*. Efter hans död, 1990, bytte institutet IOWO namn till Freudentahlsinstitutet och sedan 2003 delar ICMI ut det matematikdidaktiska priset *Freudenthal-medaljen* (Skott, 2010).

kunna vara *Hur stor kan jag göra min hage om jag har 15 stolpar?* med följduppgiften *Hur mycket större kan jag göra min hage om jag får ytterligare 5 stolpar?.*

Ur ett RME-perspektiv ser man, till stor grad, matematiken på ett undersökande och utforskande sätt. Elevuppgifter kräver inte ett enda rätt svar utan bidrar till en processinriktad infallsvinkel på matematikundervisningen. Läraren ska låta eleverna utforska och systematisera själva men med rimlig hjälp från läraren (Skott, 2010). Reflektionen har en viktig roll i undervisningen. Den behöver inte vara en strukturerad eller iscensatt roll i klassrummet, utan kan komma genom att läraren konstruerar aktiviteter eller uppgifter med just det syftet. Ett exempel är att läraren ger eleverna uppgiften att ta reda på hur många bord som behövs vid ett föräldramöte där 81 föräldrar kommer närvara. Det får plats 6 föräldrar vid varje bord. Direkt får de en uppgift som kan lösas med division, men divisionen går inte jämt upp. Här finns enligt författaren en mening med komplexiteten i uppgiften. Eleverna blir tvungna att reflektera över vad som ska hända med resten, hur de ska få plats med de sista vuxna (Skott, 2010). En poäng med att utforma uppgiften på det här sättet är att få eleverna att inse betydelsen för division i andra situationer där resten kan spela olika roller (Ibid).

Inom teorin finns det två olika begrepp, horisontell- och vertikal matematisering. Den horisontella matematiseringen syftar till att förstå vilken matematik som kan användas för ett kontextbaserat problem medan den vertikala matematiken involverar användandet och utvecklingen av matematiken som språk. Ett exempel är en elev som ska addera 5 träklossar med 7 träklossar. Om eleven i fråga kan se att det går att använda en känd metod och applicera på uppgiften, som att lägga samman alla klossar och räkna ihop summan, så handlar det om horisontell matematisering. Det är vertikal matematisering om eleven kan utveckla metoden för att lösa uppgiften. Det skulle kunna vara att eleven kan använda en nyfunnen metod, till exempel tio-kompisar, för att se att de 5 träklossarna är 3 och 2 tillsammans. Därmed kan 7 adderas med 3, för att sedan även addera de 2 kvarstående klossarna. Förenklat beskrivet kan horisontell matematisering innebära att se vilket räknesätt eller strategier som kan användas. Vertikal matematisering kan då innebära att effektivisera eller utveckla de strategier eller den matematik som kan användas. Genom att separera dessa två delar i matematiken underlättar det elevens kunskapsutveckling. Det blir tydligare om det är förståelsen för hur matematiken kan användas eller om det är uträkningar eller graden av effektivitet på elevers matematiska språk som behöver mer eller mindre fokus i undervisningen. Som lyfts fram under rubrik 2.4 krävs det användning av matematiska modeller vid matematisering. Det går inte att tala om matematisering utan att samtidigt tala om matematiska modeller (Fosnot & Dolk, 2018).

3 Metod

3.1 Urval och avgränsningar

Syftet med studien är få en ökad förståelse för hur lärare kan uppfatta relationen mellan verkligheten och matematikundervisningen. Därför vill jag utföra en kvalitativ studie gjord med hjälp av intervjuer. I en kvalitativ studie skapas nämligen förståelse för något, istället för att något mäts (Kvale, 1996). Urvalet gjordes med åtanken att antal intervjuer behöver anpassas efter tidsomfattningen (Bryman, 2016). Två skolor tillfrågades om intresse för att medverka i studien. Dessa skolor ligger i olika kommuner. Valet av två kommuner gjordes för att försöka motverka en eventuell kommunal satsning inom matematiken som påverkar mitt resultat. Den ena skolan är en stadsskola och den andra är en tätortsskola.

Urvalet gjordes i två omgångar. Först valdes två skolor ut som jag tidigare praktiserat eller arbetat på, vilket är ett bekvämlighetsurval (Bryman, 2016). Därefter skedde ett klusterurval på lärare inom de två klustren (skolorna). Det innebar att de som var matematiklärare valdes. Totalt tillfrågades tio lärare om att delta i en intervju, varav sex stycken tackade ja till medverkan. Därmed kunde alla lärare som valt att medverka inkluderas i studien. Fördelningen av respondenter från de två skolorna var tre från varje skola.

För att få svar på mina frågeställningar har sex stycken lärare intervjuats. Då studien riktar sig till mellanstadiet tillfrågades lärare som under tiden vid intervjun undervisade i varierande årskurser på mellanstadiet (4-6). Urvalskriterierna vid förfrågan om deltagande var att de skulle vara praktiserande matematiklärare och ha en lärarlegitimation. Kravet grundades i strävan mot en så aktuell bild som möjligt av matematiklärares resonemang. Lärarna har varierande utbildningar och har arbetat som lärare olika länge. Spannet av yrkeserfarenhet var mellan 5-40 år.

3.2 Undersökningsmetod

Studiens datainsamling har skett genom en kvalitativ metod i form av semi-strukturerade intervjuer. Semi-strukturerad intervju valdes eftersom det är en utforskande intervju, som enligt Kvale (1996) ska syfta till att intervjuaren utforskar ett område. Det görs genom att några grundfrågor ställs och genom att respondentens svar arbetas vidare med för att få ett bredare svar. Genom mina frågeställningar ska jag svara på syftet hur lärarna uppfattar relationen mellan verkligheten och matematikundervisning, vilket gör att det jag söker efter är deras tankegångar och resonemang. Som Kvale (Ibid) skriver fås en bild av andra människors syn på livet och den värld vi lever i genom samtalet. Till skillnad från en kvantitativ undersökning, som till exempel en enkätundersökning, är jag inte intresserad av lärares korta och kanske mer ytliga svar. Valet att söka en djupare förståelse hos vissa lärare gör dock att jag inte kan generalisera mitt resultat men ger mig ändå utrymme att bidra till en ökad kunskap om hur lärares tankesätt kan vara om relationen mellan verkligheten och matematikundervisningen.

Den semi-strukturerade intervjun kännetecknar en kvalitativ metod och är fördelaktig för den, enligt Bryman (2011). Bland annat eftersom intervjupersonernas uppfattningar betonas istället för intervjuarens intressen. I den här typen av intervju är man som intervjuare även flexibel. Det innebär att jag har en intervjuguide som utgångspunkt men behöver nödvändigtvis inte följa ordningen på frågorna, utan jag har utrymme att följa upp respondentens svar. Det kan resultera i att alla respondenter kan få olika frågor eller att vissa frågor uteblir. Trots att den här typen av intervju är mer öppen och friare än vissa andra undersökningar påpekar Kvale (1996) att intervjun inte är en konversation mellan två jämlikar. Det är en konversation med syfte och struktur där forskaren kontrollerar situationen. Innan intervjun påbörjas bör intervjupersonerna informeras kort om studiens och intervjuns syfte, samt att jag önskar att spela in en ljudupptagning så jag kan lägga fokus på respondenten (Kvale, 1996) och inte riskera att bli distraherad av att föra anteckningar och missa värdefull information (Bryman, 2011). En mer utförlig redovisning av studiens syfte är lämplig att ta efter intervjun, i samband med att frågor lyfts, delar av intervjun diskuteras och eventuella spänningar som fanns under intervjun kan lägga sig (Kvale, 1996).

3.3 Genomförande

Intervjun utgick från fyra frågor (se bilaga 1) men började med att varje respondent fick konstruera en matematisk uppgift som skulle vara kopplad till verkligheten. Deras egen konstruerade uppgift användes som grund till samtal senare i intervjun. Vid svar på eller resonemang kring mina frågor som antingen upplevdes intressanta eller otillräckliga ställdes följdfrågor. Då strävade jag efter att inte ställa ledande frågor för att få ett så detaljerat svar som möjligt (Bryman, 2011). Därmed kunde enkla ja- eller nej svar undvikas. Innan den sista utgångsfrågan ställdes fick respondenten en matematisk modelleringsuppgift att lösa (bilaga 2). Uppgiften är skapad av mig med inspiration från Skolverkets exempel på vad som är en matematisk modelleringsuppgift (Frejd & Lundberg, 2015). Både uppgiften i sig och deras svar/lösningar användes som utgångspunkt för samtal. Följande stycke är en mer ingående och detaljrikt beskrivning av händelseförloppet i intervjuerna.

Vid varje intervju fick respondenten bestämma var intervjun skulle äga rum. De uppmuntrades till att välja ett rum där de kände sig bekväma i. I de flesta fall valde lärarna sitt eget klassrum. Innan ljudupptagningen startades ombads lärarna att konstruera en uppgift som på något sätt var kopplad till verkligheten och som de kunde tänka sig att använda i sin undervisning. I vissa fall specificerade jag att uppgiften skulle kunna användas i deras klass. När uppgifterna skrevs fanns det ofta tid att berätta om min studies utgångspunkt och kortfattat nämna om vad studiens resultat skulle användas till. I de fall där jag inte ansåg att det var lämpligt att ta det samtidigt de skapade uppgiften tog jag det antingen före eller efter momentet. Inledningsfrågor användes där jag frågade om hur länge de hade varit verksam matematiklärare och undervisat i matematik, dels för att fastställa fakta, dels för att få en mjuk start på intervjun. När respondenten svarade visade jag att jag lyssnade och var intresserad genom kroppsspråk och medhållande ljud. Jag försökte även kommentera deras svar när jag trodde att de sökte efter det, utan att lägga några värderingar i det som kunde påverka studiens resultat. De förbestämda grundfrågorna ställdes till alla respondenter. Vissa följdfrågor var uttänkta men användes inte alltid, beroende på om de passade till respondenternas tidigare svar, exempelvis om någon fråga redan var besvarad eller behövde ett mer utvecklat svar. Följdfrågornas huvudsyfte var att få respondenterna att utveckla sina svar så mycket som möjligt och undvika en enspårig intervju där fokus bara låg på vissa områden. Det sista steget i intervjun var att varje respondent fick en uppgift som skulle lösas, med skriftligt svar. I vissa fall fick jag tillägga att det inte var någon kuggfråga och att jag ville ha deras uträkning om de bara hade skrivit ett svar. Försök att känna av stämningen gjordes vid varje intervju för att veta hur jag kunde ställa frågor och kommentera. I de flesta fall var intervjuerna av lättsam karaktär där skratt förekom. Vid någon intervju kändes det som respondenten var relativt nervös och då försökte jag att skapa en mer avslappnad stämning genom att prata mer om allmänna saker innan själva intervjun började samt att kommentera eller reagera lite annorlunda på deras svar. När intervjun var slut och bandspelaren stängdes av diskuterades, i de flesta fall, intervjun och frågorna i sig då det skapas en viss stämning när man blir utfrågad, även om intervjun bör vara mer ett samtal än en utfrågning. Ett par respondenter var nyfikna på hur jag såg på de frågor som ställts till dem, vilket då diskuterades. Det sista som jag informerade om var ytterligare information om studiens syfte, som jag inte ville nämna innan för att inte riskera att påverka deras svar.

3.4 Materialanalys

Vid analys av den data som presenteras i resultatdelen undersöktes hur lärare kan uppfatta relationen mellan verkligheten och matematikundervisningen. Genom att materialet analyserades utifrån RME kunde en ökad förståelse för hur lärarna använder verkligheten i sin matematikundervisning samt hur de arbetar med kontextbaserade uppgifter med eleverna, skapas.

Analysen utfördes i fem steg och är av typen kvalitativ innehållsanalys då jag ville se bakomliggande teman i min data (Bryman, 2011). Efter alla intervjuer var utförda transkriberades ljudfilerna så ordagrant som möjligt med en kolumn där jag kommenterade det som inte kan ses direkt från respondentens ord, till exempel pauser, om läraren funderade eller om vi blev avbrutna av något eller någon. När alla transkriberingar var gjorda färgkodades först mina forskningsfrågor och sedan de transkriberande intervjuerna efter vad som kunde relateras till respektive forskningsfråga, vilket även ledde till skapandet av underrubriker i forskningsfrågorna. Det tredje steget innebar skapande av nya dokument. Allting som var relevant i förhållande till en specifik forskningsfråga fördes in i ett dokument och ytterligare underdokument skapades för att få ett mer koncentrerat material att hantera. När dokumenten analyserades letades det efter likheter och skillnader och jag försökte att använda mig av en tratt-struktur med de större och mer generella områdena först och det som var avvikande eller mindre återkommande, kom sist.

Det sista steget gällde enbart den näst sista forskningsfrågan. Då fokuserades hur matematiklärarna konstruerade en uppgift som var verklighetsanknuten för sina elever, delvis hur väl horisontell- och vertikal matematisering från RME användes.

3.5 Forskningsetiska överväganden

Bryman (2011) nämner fyra krav som är viktiga att ha i åtanke när man forskar där andra personer är inblandade. Dessa fyra är *informationskravet*, *samtyckeskravet*, *konfidentialitetskravet* och *nyttjandekravet*. I strävan mot att uppfylla dessa krav har jag informerat om studiens syfte och bakgrund samt hur jag kommer använda den data som samlas in. Informations- och samtyckeskravet är två principer som anses vara bland de viktigaste. De har även varit mycket omdiskuterade då det ibland kan vara svårt att bedöma vem som kan ge ett samtycke och vara fullt medveten om vad det innebär (Forsman, 1997). Med det i åtanke, för att uppfylla samtyckeskravet, försökte jag så tydligt som möjligt redogöra för att deltagandet är frivilligt och att de kan välja att avbryta intervjun när som helst.

För att verka mot en så hög konfidentialitet som möjligt samt att uppnå nyttjandekravet hanterades data på ett sätt så obehöriga inte skulle kunna ta del av den, vilket är en del av konfidentialitetskravet (Vetenskapsrådet, 2017). Utöver datahantering utelämnas respondenternas namn, arbetsplats och annan information som kan kopplas till respondenterna, i verkan mot konfidentialitet. Den här informationen förmedlades under varje intervju. Utöver att respondenternas riktiga namn inte nämns, får de även fingerade namn i studien. I studien deltog fyra kvinnor och två män, men namnen är fördelade så att det finns tre mansnamn och tre kvinnonamn. Namnen är slumpvist utdelade oberoende på kön på respondenten. De fingerade namn som används i studien är *Hannes, Frida, Kerstin, Gunnar, Pernilla* och *Johan*. I resultatavsnittet har jag valt att inte infoga bilder på lärarnas skrivna uppgifter och svar då det kan hjälpa till att identifiera respondenterna genom deras handstil eller sätt att skriva och rita.

Eftersom det var lärare som intervjuades tog jag hänsyn till deras tystnadsplikt. Om det under intervjun framkom känslig information eller information som kan peka ut specifika elever bortsågs den enskild datan. Saker av känslig karaktär hör inte till mina forskningsfrågor och är inte fokus i mitt resultat.

4 Resultat

Under avsnittet presenteras lärares tankar och uppfattningar kring matematikundervisningens roll i skolan, hur de använder verkligheten i sin undervisning, hur de väljer att konstruera en uppgift till sina elever som är kopplad till verkligheten samt hur de själva löser en matematisk modelleringsuppgift. Rubrikerna är utformade efter mina frågeställningar och presenteras efter frågeställningarnas ordningsföljd.

Vid citat har vissa ändringar gjorts för att öka läsflytet i arbetet. Vissa ord och uttryck som lättare kan urskilja vem det är som har uttalat sig har tagits bort i strävan mot en högre konfidentialitet, samt finns inga pausindikationer med i texten. Vid felsägningar eller vid byte av ordval från respondenten har jag klippt bort de delarna.

4.1 Lärares syn på matematikens roll i skolan

Samtliga lärare uttryckte tydligt att matematiken i skolan syftade till att eleverna skulle klara av vardagslivet eller olika vardagssituationer. Många av dem använde överslagsräkning vid en situation där eleverna skulle handla någonting eller att kunna sköta sin ekonomi som konkreta exempel. Några av lärarna uttryckte explicit att matematiken skulle syfta till två saker. Det ena var att klara vardagslivet och det andra att förbereda dem för fortsatta studier. En lärare uttryckte att det finns ett gap mellan de två syftena:

> [Kerstin] Matten i skolan delar ju på ansvaret att dels öva barnen för att klara vardagen och vardagslivet men också för att förbereda dem för kommande mattestudier. Där är jag inte helt överens med mig själv, om hur bra det är. På vägen dit kör man över huvudet på ganska många elever, tyvärr. Jag har personligen aldrig haft någon nytta av derivata och funktioner av olika slag sedan jag slutade gymnasiet.
>
> [Intervjuare] Men du tror att några har användning för det?
>
> [Kerstin] Ja, civilingenjörer och ekonomer har väl säkert användning av den typen av matematik. Och om de inte hade studerat det på gymnasiet hade de inte kunnat starta upp med det på universitet och så vidare, visst finns det en fördel med det. Men jag tycker många gånger skjuter man så långt över målet, tidigt.

Vidare förklarade läraren att det var inte endast matematiken i högre årskurser som var onödig, utan även viss mellanstadiematematik tillhörde den kategori som inte användes efter sin utbildning. En liknande syn hittades hos en annan lärare som hade svårigheter med att kunna motivera varför eleverna skulle behöva lära sig all matematik. Skillnaden på dessa två lärares syn var att den ena läraren kunde motivera för varför matematiken i mellanstadiet behandlades, däremot inte för matematiken i högre årskurser.

Det framkom att matematiken är viktig för elevernas problemlösningsförmåga samt för det logiska tänkandet som krävs för alla sorters situationer eller problem man ställs inför. Lärarna lyfte att det är så mycket i omvärlden som bygger på matematiken och att matematiska kunskaper används i väldigt många situationer, vilket gör matematiken till ett krav för att klara sin vardag.

4.2 Hur lärare använder verkligheten i sin matematikundervisning

Alla lärarna sa att de använder verkligheten i sin matematikundervisning. Däremot finns det många likheter som skillnader i deras tankar om vad det betyder och hur de personligen inför det i sin undervisning. Alla förutom en lärare nämner att hur mycket eller på vilket sätt de använder verkligheten beror på vilken nivå eleverna ligger på i matematiken och vilka områden inom ämnet som behandlas i undervisningen vid tillfället. En lärare förklarar att han arbetar med verkligheten på olika sätt beroende på vilken årskurs han undervisar i. Från att göra undervisningen konkret till att använda matematiken konkret i ett sammanhang.

> [Hannes] Jag tror att när eleverna är i femman och sexan använder man de här kunskaperna man fick i fyran. I fyran är det mycket nöta-metoden, mycket nöta för att bli säker på räknesätten. Nästa steg blir ”hur kan jag använda de här i ett sammanhang”, och då tror jag det blir lättare att få in de här verklighetssammanhangen ju längre upp man kommer.

För läraren betydde konkretiseringen att skapa en räknehändelse av en uppgift. Han vill skapa diskussioner om vad talen kan betyda och om det är rimligt, för att hjälpa eleverna att knyta an till någonting. Att föra in verkligheten i etapper skulle utveckla elevernas förmåga att arbeta med matematiken i verklighetsammanhang.

Hälften av lärarna använder läromedelsboken för att få in verkligheten i matematiken då det finns en samsyn bland lärare att de läromedel som används är verklighetsförankrade och elevnära. Lärare ser däremot inte läromedelsboken som det enda sättet att arbeta med verkligheten, utan arbetar med den i olika stor utsträckning. Beroende på vilket innehåll som behandlas i läromedlen arbetar lärarna mer eller mindre utifrån egna verkliga exempel. Utöver läromedel uttrycks det att praktiska aktiviteter i närmiljön är väldigt positivt för elevernas lärande. Däremot kan hinder och problem ses i lärares förklaringar av användningen av praktiska exempel eller att gå ut i verkligheten för att lära sig matematik. Det framkommer att det användes mer förr i tiden och ses nu som tidskrävande och kräver mer planering och struktur. En lärare ansåg att aktiviteter utanför klassrummet är något som utförs mer i de tidigare årskurserna, men samtidigt kan läraren se att det skapar lärande:

> [Gunnar] Jag vet att vi har varit ute och letat symmetrilinjer och då hade vi med oss iPads ute och letade. De kom in och fick redovisa för varandra sedan. Jag tror alla vet vad en symmetrilinje är nu, så man märker ju att det man gör, att faktiskt gå ut i verkligheten, att det sätter sig på ett helt annat sätt.

Den här synen delas av lärare och närmiljön ses som ett positivt redskap men används i olika stor utsträckning beroende på vilken typ av matematik som undervisas. Utöver ovanstående exempel på användningen av närmiljön ses skolgården som ett hjälpmedel för att förklara till exempel area genom att låtsas lägga nytt gräs på fotbollsplanen.

Gällande *när* lärare använder verkligheten framkommer det att vid genomgångar och introduktioner av arbetsområden eller uppsamlingar lyfts verklighetsnära eller elevnära exempel mest frekvent. Några lärare försöker även koppla matematiken till en specifik elevs vardag vid uppgifter eller områden som kan uppfattas som svåra för eleverna, i ett försök att få det ännu mer elevnära. Som tidigare nämnt kan lärare uppfatta svårigheter med användandet av verkligheten i matematikundervisningen, men det finns även lärare som tror att det går att koppla all matematikundervisning till vardagsmatematik, även om det ibland är svårt.

4.2.1 Möjligheter med användandet

Alla lärare såg flera möjligheter och fördelar med att använda verkligheten i sin undervisning. Fyra lärare gav konkreta exempel på aktiviteter. Att det hjälpte, motiverade eller förenklade för eleverna att förstå var alla lärare överens om. Likväl som vissa lärare uttryckte att det var svårt att få in verkligheten i vissa områden, så yttrade även majoriteten av lärare att det går att få in och att det kan vara till fördel för eleverna i vissa områden.

> [Intervjuare] Gynnar det eleverna tror du?
>
> [Hannes] Att få in det konkreta? Jo men det gör det. Det tror jag. Ja, att få en bild av det. Framför allt det här som många upplever som väldigt svårförstått, i sexan när man arbetar med negativa tal. Det är jättekonstigt för eleverna att förstå ”Oj, finns det grejer under 0? Vad betyder det då i sådana fall?”. Då är det betydligt lättare att använda temperatur, det är något alla känner igen, då är det ganska lätt att koppla det.

Läraren ansåg att förståelsen ökar bland eleverna om eleverna kan få en bild av saker för att relatera matematiken till verklighetsnytta. Den synen delades av lärare och det framkommer att all matematikundervisning borde ge någon form av verklighets- eller vardagsnytta genom att verklighetsförankra matematikundervisningen. Utöver verklighetsnytta framträder exempel på hur lärare arbetar med verkligheten i områden som kan anses som mer abstrakta, där praktiska exempel är till stor nytta för att synliggöra hur matematiken används. Lärare anser att lärandet utvecklas mer om verkligheten inkluderas och det hjälper eleverna att förstå *varför* i matematiken och hur man kan använda den genom konkreta exempel samtidigt som det bidrar till ett ökat intresse bland eleverna och gör matematikundervisningen roligare, även för läraren.

Fem av lärarna blev tillfrågade om det var några förmågor i kursplanen som utvecklades eller gynnades speciellt genom verklighetsanknuten matematik. Synen var att det fanns förmågor som hade vinning av en mer verklighetsanknuten undervisning. Fokus låg på *kommunikation, begrepp, problemlösning* och *resonemang,* alltså förmågor som även kan appliceras utanför matematikämnet.

4.2.2 Svårigheter med användandet

Det framkom ett fåtal svårigheter med att använda verkligheten i sin undervisning. Planering- och tidsaspekten var en sak som gjorde att man drog sig för att göra större projekt utomhus eller stanna upp och använda verkligheten med eleverna, enligt flera lärare. Majoriteten av lärarna ansåg också att det inte alltid var lätt att koppla matematiken till verkligheten. Det berodde på vilka områden man arbetade med. Nästan alla lärare som uttryckte detta lade även till att det säkert går att få in verkligheten i alla områden men att det är olika lätt. Ekvationer beskrevs som ett område där kopplingen till verkligheten upplevdes svår då området sågs som väldigt abstrakt. Två lärare nämnde att elever kunde ha svårt att se matematiken eller se att det överhuvudtaget var matematik de arbetade med när uppgifterna eller aktiviteterna var verklighetsanknutna.

Då lärare uttryckte svårigheter som att eleverna har svårt att se att det är lektion när de är utomhus, att lärare har bristande kunskap av verktyg eller hjälpmedel, synliggörs den praktiska aspekten av svårigheter med verklighetsanknuten matematikundervisning som lärare upplever. Det framgick även att några lärare fann svårigheter att motivera alla elever eller variera undervisningen vid val av elevnära aktiviteter. En sista svårighet som urskildes var att nödvändiga och grundläggande förkunskaper kunde saknas hos yngre elever, vilket enligt en lärare bidrar till begränsade infallsvinklar, alltså hur verkligheten kan föras in i matematikundervisningen.

4.3 Lärares konstruktion av uppgift

Alla förutom en lärare skapade en uppgift som var direkt kopplad till verkligheten. Den läraren som inte gjorde det ville dock ändra sin till en mer elevnära uppgift under intervjuns gång. Variationen av hur verklighetsnära eller elevnära uppgiften var ses som stor. Till vilken grad av, eller hur tydlig kopplingen vissa av uppgifterna hade till verkligheten går att diskutera. Några av uppgifterna kan klassas som uppklädda och ett fåtal kunde ses som rika och meningsfulla.

Utifrån en analys med RME som redskap kan fyra uppgifter tydligt kopplas till den horisontella matematiseringen. Även de andra två uppgifterna kan kopplas till horisontell matematisering men syftar mer till att applicera kända metoder på en uppgift med relativt tydliga instruktioner. Hälften av uppgifterna kan kopplas till, eller ge eleverna tydliga möjligheter, att utveckla den vertikala matematiseringen. Ytterligare pekar uppgifterna på vertikal matematisering genom att de inte bara är öppna i den bemärkelsen att det inte fokuserar på ett specifikt tillvägagångssätt. De uppgifterna ger även utrymme att använda och utveckla tillvägagångssätt och matematiskt språk.

I lärares resonemang kring hur de konstruerat sina uppgifter kunde likheter tydas. Hälften av lärarna ville att uppgiften skulle ha någon form av verklighetsnytta, alltså att utöver de matematiska kunskaperna skulle eleverna få öva på andra moment som man kan stöta på i vardagen. Dessa uppgifter gav upphov till att lära sig hantera praktiska redskap eller utveckla förmågan att tänka logiskt, även utanför matematikundervisningen. Det synliggjordes att majoriteten av lärare ville att uppgiften skulle bidra till en diskussion eller locka fram resonemang om hur man kan lösa uppgiften alternativt gå tillväga för att arbeta med den. Trots att de flesta uppgifterna som skapades var stängda, då de bara hade ett rätt svar, framgick det att lärare såg möjligheter med att utveckla vägen till svaret, alltså den vertikala matematiseringen. Överlag framträdde ett stort fokus på resonemang kring elevernas svar och tillvägagångssätt i lärarnas tankar kring uppgiften. Det syntes genom vissa lärares val av att låta eleverna utforska och diskutera sig fram till en lösning och även i en uppgift där det fanns obegränsat antal rätt svar. Ytterligare en gemensam nämnare för alla uppgifter var att de skulle vara utmanande för eleverna. Däremot kunde få likheter finnas i sättet *hur* de utmanade eleverna.

Samtliga lärare valde att konstruera en uppgift kopplad till ett område som eleverna är insatta till viss grad i. Det var ingen lärare som skapade en uppgift med avsikt att eleverna själva skulle skaffa en förståelse om ett visst räknesätt eller ge dem en uppgift utan att innan ha diskuterat eller lärt ut några specifika förkunskaper.

En samsyn bland lärare trädde fram gällande vilket arbetssätt de hade valt att låta elever arbeta med uppgifterna. Diskussionen kring uppgiften skulle ligga i fokus och EPA-metoden var ett vanligt förekommande val av metod. Den variation som kunde hittas var hur diskussionen skulle struktureras upp och i vilka konstellationer elever skulle diskutera i.

Vid bedömning av elevsvar fokuserades olika delar. Några av lärarna såg till processen, alltså *hur* man löste uppgiften, medan vissa såg till resonemangen och ville gärna höra elevernas tankegångar vilket var svårt att urskilja vid ett skriftligt svar. En lärare som hade en relativt rak och tillrättalagd uppgift där det fanns ett korrekt svar uttryckte:

> [Johan] […] det handlar egentligen mycket om att kunna se om eleven har förstått varför de fått det slutgiltiga svaret. ”Kan jag överföra den här räkningen till någonting annat?”, för har

> jag bara ett svar, mekanisk räkning, kanske det blir att jag avrundar som man ”ska” avrunda, oavsett om det är priser eller om det är något annat. […] kan jag plocka in det jag vet här nu, kan jag sätta in det i ett annat sammanhang, vet jag varför jag gör det?

Vid den här lärarens bedömning ser han inte enbart till resonemangsförmågan, som ses som en stor del av lärare, utan även om elever ser den verklighets- och vardagsnytta som nämnts tidigare och är viktig för lärare.

Hos fyra lärare uppstod det förslag på ändringar av svårighetsgraden i deras egen uppgift då en vanlig åsikt var att deras uppgift var enkel. Typen av ändringar som uttalades kan ses som likartade då det handlade om att lägga på flera lager i uppgiften, omformuleringar i instruktionerna eller i uppgiften i sig för att öka svårighetsgraden av elevernas matematiska kunskaper.

4.4 Lärares resonemang kring en matematisk modelleringsuppgift

Uppgiften som lärarna fick svara på löd *Hur tidigt behöver du gå upp på morgonen för att hinna till jobbet/skolan*. I varje intervju förutom en frågade jag om det hade blivit någon skillnad om jag hade ställt frågan på följande sätt *Hur tidigt behöver* ***Lukas*** *gå upp för att hinna till jobbet/skolan?*. I de flesta fall ändrades även mitt namn till respondentens namn när det samtalades om hur eleverna skulle behandlat uppgiften.

Alla lärare var överens om att det var matematik. Som svar på följdfrågan vad det var som gjorde uppgiften till en matematisk uppgift nämnde samtliga lärare att tid är matematik. Fyra lärare ansåg att det inte bara var tid i sig som man behandlade. Det var även sättet att arbeta med tid, rimlighet och logiskt tänkande samt att det övade eleverna på att kunna bedöma och räkna med tid. Två av lärarna nämnde explicit två räknesätt, addition och subtraktion. Den här samsynen kring uppgiften hos lärare speglar även deras svar på uppgiften. Stora likheter hittades och några större variationer i tillvägagångssätt var svåra att tyda.

Av de sex lärarna fick fem frågan om de ansåg att uppgiften var lämplig att använda i deras respektive årskurser. Alla förutom en lärare som undervisade i årskurs sex och tyckte den passade för årskurs 4 ansåg att den var lämplig. Majoriteten av lärare ansåg att den passade för årskurs fyra och fem men ett par lärare uttryckte att den även skulle lämpa sig i treans och sexans årskurs. Det var endast en lärare som tyckte att uppgiften även kunde användas i årskurs sju.

Respondenterna uttryckte både möjligheter och svårigheter med uppgiften. De lärarna som tillfrågades om det krävdes några förkunskaper hos eleverna för att kunna lösa den, uttryckte att man behövde ha koll på klockan eller tidsuppfattning. Nästan alla lärare såg att eleverna kunde ha svårt att se vad man skulle göra i uppgiften eller att se att det var en matematikuppgift. Det fanns även ett par lärare som påpekade att eleverna kunde ha svårt att räkna med tid, exempelvis att en timme inte har 100 minuter utan att en ny timme börjar efter 60 minuter.

En lärare uttryckte att hon hade velat ändra på uppgiften om den skulle användas i sin undervisning så instruktionerna för tillvägagångsätt fanns med. Ytterligare en åsikt som läraren uttryckte var att hon ansåg att uppgiften skulle kunna användas när som helst, inte bara när man jobbar med klockan eller tid.

> [Frida] Det tror jag är det svåra inom matematik, att man kör så begränsat inom olika områden. Egentligen skulle man bli lite bättre på att hela tiden blanda uppgifter så att man inte jobbar så koncentrerat hela tiden med addition, subtraktion, division, tid, geometri. Man jobbar ju gärna i sådana fack. Tänk om vi hade kunnat bli lite bättre på att hålla allting vid liv. Det är mycket man ska komma ihåg och behärska, hela tiden.

Den här åsikten var unik då resterande lärare ansåg att uppgiften skulle arbetas med när området *tid* eller *klockan* behandlades i undervisningen. Åsikten synliggör, utöver tankar kring den här uppgiften, även ett avvikande pedagogiskt tankesätt kring undervisning ur ett större perspektiv gentemot andra lärare.

En fördel med uppgiften ansåg lärare var dess öppenhet. Det framgick att elever kunde ha svårt för uppgifter som inte krävde ett rätt svar. Liknande uppgifter som den här var ett gynnsamt sätt att träna eleverna i öppna frågor. Även här lyser lärares tankar kring värdet av resonemangsförmågan fram då det framkommer att lärare kan se flera vinningar av uppgiften. Några av lärarna uttrycker att uppgiften ger upphov till att diskutera och synliggöra hur lång tid saker och ting tar på morgonen. En vinning i det ska vara att få de elever som ofta kommer för sent på morgonen att kunna planera sin tid bättre.

Majoriteten ansåg att uppgiften gick att försvåra så att den passade högre årskurser eller elever med mer matematiska kunskaper. Två av lärarna tyckte att den redan var svår och den ena av dem ifrågasatte varför den behövde göras svårare. Den sistnämnda läraren gav ett förslag på försvåring men uttryckte att sin försvåring var att lägga till en verklighetsanalys, inte en försvåring av matematikdelen.

Fyra av de sex lärarna blev tillfrågade först hur de själva hade löst den modifierade uppgiften, där namnet i uppgiften byttes ut till någon annans namn, sedan hur ändringen påverkade behandlingen av uppgiften i undervisningen. Det framträdde en tydligare och större variation i lärares svar än vid föregående uppgift. De likheter och skillnader som urskildes var att hälften av lärarna skulle gått tillväga på ungefär samma sätt som vid föregående uppgift. Den andra hälften hade mer en utforskande syn på tillvägagångssätt genom att ställa frågor till personen som uppgiften uppgav. Vid behandling av uppgiften i undervisning framkom det flera aspekter. Exempelvis framförde lärare sina åsikter gällande vilket eller vems namn som det skulle stå i uppgiften. Orsakerna till varför varierade men några lärare ansåg att genom att inte ha med sitt eget namn skapades distans till eleverna. Det gick att finna ett tankesätt som delades av flera lärare, att båda uppgifterna skulle behandlas men i olika steg. Genom att den ena uppgiften skulle vara en grunduppgift som skulle vidareutvecklas i form av ändra namnet eller lägga till andra faktorer skulle eleverna stegvis erfara eller utveckla matematiska kunskaper. En unik syn gällande valet av vilken uppgift som var mest lämplig hade en lärare som ville använda sitt eget namn i uppgiften då det kräver mer av eleverna. Att skapa en situation där elever måste sätta sig in i någon annans perspektiv är mer gynnsamt än att utgå från sig själv.

Vid bedömning av den här uppgiften eller den här typen av uppgift hade majoriteten av lärarna sett till processen eller rimligheten i deras svar. Ett par svårigheter kan ses i lärares tankar kring bedömningen. Synen på matematik bland elever är ofta att de ska komma fram till ett rätt svar, att vägen till svaret inte är det viktigaste, något som är svårt att förändra enligt en lärare. En annan svårighet som kan tydas är att en uppgift där svaret inte kan kontrolleras är svårbedömd.

5 Diskussion

Under metoddiskussionen behandlas de metoder och arbetssätt jag använt i min studie där jag ställer styrkor mot svagheter i mina val av tillvägagångssätt. Begreppen validitet och reliabilitet behandlas och diskuteras i förhållande till mitt arbete för att styrka arbetets tillförlitlighet.

Därefter följer resultatdiskussionen där resultatet diskuteras i förhållande till syfte, frågeställningar samt relevansen för yrkesverksamheten. Avslutningsvis framförs förslag till vidare forskning inom området.

5.1 Metoddiskussion

Begreppet validitet avser till vilken grad studien svarar på studiens syfte och frågeställningar (Frejd, 2014). Syftet med studien var att undersöka hur matematiklärare kan uppfatta verkligheten kopplad till matematikundervisningen. Detta gjordes genom fyra frågeställningar i syfte att få fram olika aspekter som kunde ge mig ett nyanserat resultat. Dessa aspekter var uttänkta att svara på lärares generella syn på vad matematikundervisningen skulle syfta till, hur de använder verkligheten i sin matematikundervisning, hur de väljer att konstruera en verklighetsanknuten matematikuppgift samt hur de själva löser en öppen, verklighetsanknuten modelleringsuppgift och deras tankar kring uppgiften. Med svar på dessa frågor är förhoppningen att ha skapat ett resultat som anses kunna bidra med kunskap om hur lärare uppfattar verkligheten i förhållande till sin matematikundervisning.

Uppgiften varje respondent fick lösa i det sista steget av intervjun var konstruerad av mig. Jag har själv utformat uppgiften och valt att kalla den en matematisk modelleringsuppgift. Eftersom den inte är hämtad från någon forskare eller matematiker som är väl insatt i begreppet finns det utrymme att diskutera huruvida det är en modelleringsuppgift eller inte. Jag ville sätta min egen prägel på studien och försökte krossreferera uppgiften med den forskning jag har läst om vad en modelleringsuppgift är för något och samtidigt få den att passa mellanstadieelever. Ytterligare steg i försöket att skapa min egen modelleringsuppgift har jag tagit inspiration till och jämfört med Skolverkets exempel (Frejd & Lundberg, 2015) på vad som är en matematisk modelleringsuppgift och vad som inte är det.

Frejd (2014) skriver om två typer av reliabilitet. Den ena är den interna reliabiliteten som avser precisionen av det tillvägagångssätt studien är utförd på. Den andra är extern reliabilitet som handlar om upprepningsbarheten av studien. Användandet av semi-strukturerade intervjuer som är en form av kvalitativ undersökningsmetod medför ett antal konsekvenser för studien. Något som kan påpekas är att genom användandet av en kvalitativ metod ligger fokus på hur individer uppfattar verkligheten (Bell & Waters, 2016). Därmed kan jag inte påstå att mitt resultat är generaliserbart för alla matematiklärare. I intervjuer finns också risken att det respondenterna säger att de gör inte överensstämmer med vad de faktiskt gör. En utmaning i intervjusituationerna var att ha en diskussion eller ett samtal med respondenten utan att lägga värderingar eller eventuellt påverka deras svar. I så stor utsträckning som möjligt visades intresse och delaktighet från min sida med hjälp av kroppsspråk och enstaka ord eller korta meningar. Generellt sett ser jag inte att min respons på det deltagarna sade eller skrev, påverkade resultatet, men risken finns.

Med tanke på arbetets storlek och tidsomfattning har jag inte kunnat göra en så djup studie som önskats för att få fram ett tyngre resultat som skulle kunna användas för en mer generell bild av matematiklärares uppfattningar. Det som kan styrka studiens externa reliabilitet är att jag har intervjuat lärare från två olika kommuner och lärare från alla årskurser i mellanstadiet. Jag tror samtidigt att det inte går att uppnå exakt samma resultat om studien skulle utföras igen. Detta på grund av att den semi-strukturerade intervjun gav upphov till följdfrågor som endast ställdes till en eller vissa respondenter eftersom diskussionerna inte var helt planerade innan intervjuerna. Det mest framstående exemplet på detta i min studie är att vid den andra intervjun som genomfördes ställdes en fråga till respondenten efter en diskussion kring min uppgift som personen hade löst. Den frågan blev efter den intervjun integrerad som planerad följdfråga vid resterande intervjuer, vilket betyder att den första respondenten inte fick chans att uttala sig om en sak som resterande respondenter fick. Jag tror ändå att ett liknande resultat skulle kunna fås om samma upplägg användes och samma grundfrågor ställdes. I den första aspekten som presenteras i resultatet, hur lärarna ser på matematikens roll i skolan, finns en möjlighet att mitt avslöjande om vad studiens grova drag handlar om innan intervjuerna startade kan ha påverkat deras svar på den specifika delen.

De sex lärarna som ställde upp på intervjun var bekanta för mig sedan innan, men i olika grad. Vissa av dem hade jag arbetat med och vissa hade enbart funnits på samma arbetsplats där jag arbetat eller praktiserat. Risken finns att jag hade fått ett annat resultat om respondenterna inte haft någon tidigare koppling till mig då vissa svar kan ha påverkats av den tidigare relationen mellan intervjuare och respondent. Personligen skulle jag vilja hävda att det inte var negativt att välja dessa respondenter då samtalen skedde i en avslappnad stämning och underlättade för diskussion mellan mig och respondenterna. Variationen av deltagarnas ålder, kön och arbetserfarenhet ser jag som fördelaktig och berikar studiens resultat.

En del av min analysprocess var att färgkoda all insamlad data efter vilka frågeställningar som behandlades i intervjuerna. Vid detta skede kan mina personliga tolkningar av data spelat in på vad som presenterades i resultatet då jag personligen kunde anse något som irrelevant när det eventuellt skulle lyfts fram. Ett försök till att motverka detta och därmed höja tillförlitligheten gjordes genom att analysera samma data flera gånger för att se om misstag gjorts. I övrigt hjälpte det mig att bygga en mer strukturerad studie då data lättare kunde kopplas till mina frågeställningar och sorteras in under de olika aspekterna.

Valet att inte presentera respondenternas svar eller lösningar med figurer i resultatdelen gjordes för att nå högre konfidentialitet. Detta gjorde att jag inte lika tydligt kunde redogöra för deras tankegångar på ett sätt som kunde underlätta för läsaren att förstå resultatet i den kontext jag kände till. Med hänsyn till detta försökte jag skriva vissa delar i resultatavsnittet på ett mer beskrivande sätt för att få med de viktiga aspekter som jag kunde se i respondenternas egen skrift.

RME har varit användbar vid vissa delar i min analys. Styrkan jag fann i teorin var att den agerade som redskap vid min analys för att synliggöra lärarnas användande av verkligheten i matematikundervisning i förhållande till hur de konstruerar uppgifter till sina elever. Däremot fann jag inte alltid någon nytta med teorin då den inte var relevant för all data som analyserades. Till viss mån var den begränsad till vilka faktorer som spelar in när lärarna undervisar i matematik.

Till sist vill jag nämna att min tanke om studiens syfte var annorlunda innan arbetets början. Då jag först ville inrikta mig djupare inom matematisk modellering kan jag haft vissa förutfattade meningar om svaren från respondenter eller tankar om hur studien skulle utformas. Detta var något jag insåg tidigt, innan syftet eller frågeställningarna var bestämda, vilket jag har strävat efter inte ska påverka studien i helhet eller resultatet i sig.

5.2 Resultatdiskussion

För att tydligare diskutera de olika aspekterna som är presenterade i resultatet är resultatdiskussionen indelad i fyra underrubriker som täcker varsin aspekt. Under varje aspekt diskuteras det mest relevanta resultatet för forskningsfrågorna.

Innan resultatdiskussionen presenteras vill jag lyfta en aspekt som kan påverka resultatet. Som beskrivet i metodavsnittet kunde samtalens karaktär leda till att alla respondenter inte fick exakt samma frågor, vilket i mitt fall betyder att alla respondenter inte är representerade i alla frågor. Under resultatavsnittet framgår det om det är någon lärare som inte fått chans att svara på en fråga.

5.2.1 Lärares syn på matematikens roll i skolan

Det fanns en samsyn hos alla lärare att matematikundervisningen skulle syfta till att eleverna skulle kunna klara av vardagslivet eller olika vardagssituationer, vilket Sparrow (2008) uttrycker är ett av de viktigaste målen i matematikundervisningen. Att matematikens roll ska vara att bilda elever så de ska fungera i samhället och kunna se praktiskt nytta med det har uttryckts explicit redan i Lgr 62 (Kungliga Skolöverstyrelsen, 1962). Även i dagens styrdokument är verkligheten tydligt inkopplad i matematiken där det bland annat står om elever ska utveckla förståelse om matematikens användning i olika situationer och sammanhang (Skolverket, 2017b). Lärarnas syn överensstämmer väl med andra lärares syn på matematikundervisning enligt en lite äldre sammanfattning om lärares attityder till matematikundervisningen. Sammanfattningen är gjord på lärarenkäter som var en del av TIMMS. Den visar att ca 90 % av alla medverkande mellanstadielärare ansåg att det var mycket viktigt att kunna förstå hur matematik används i praktiken (Olofsson, 1997). Att synen överensstämmer med en syn som fanns för drygt 20 år sedan pekar på att matematiklärare i den svenska skolan har ett starkt, kvarliggande, synsätt på varför matematiken ska undervisas.

Trots att lärare lyfte problematik kring matematikundervisningens syfte så tror jag inte att det går att sätta någon gräns för vilken matematik som syftar till att eleverna ska klara vardagen och vilken matematik som är ämnad för högre studie då varje individs vardag och verklighet är annorlunda. Även lärare i den här studien påpekade att det är så mycket i omvärlden som bygger på matematiken och kräver att man kan vända sig till sina matematiska kunskaper för att klara av eller lösa problem som man kan möta. Orsakerna till lärares tankar om skolmatematiken kan vara många, allt ifrån attityden till ämnet i sig till organisatorisk nivå. Eftersom resultat visar på svårigheter att motivera elever kan vara en bidragande faktor till en mindre användning av elevnära uppgifter går det att ställa sig frågan om användandet av mer elevnära uppgifter hade bidraget till motsatt effekt. Alltså till en ökad motivation och förståelse om *varför* och *hur* matematiken används, då dessa aspekter ses som ett resultat av en verklighetsanknuten undervisning. Eftersom det fanns lärare som ansåg att det ibland var svårt att koppla verkligheten till matematiken, men som samtidigt påpekade att det säkert går att koppla det mesta till vardagsmatematiken, visar att möjligheterna för en elevnäraundervisning i alla områden finns, men problematiseras av lärarna själva.

Som resultatet visar finns det en relativt bred variation av synen på just verkligheten i förhållande till motivation. Enligt forskning är fördelen med uppgifter som är kopplade till verkliga situationer att de bidrar till en betydligt ökad motivation (Styilanides & Styilanides, 2008). Den forskningen fokuserar på matematikämnet men jag tror inte det påståendet är exklusivt för matematiken, då jag genom arbetslivserfarenhet och VFU själv fått se variation av lärare som använder verkligheten. De lärare som där valt att skapa en verklighetstrogen undervisning skapar en nyfiken stämning i klassrummet och ger intresserade elever i gensvar. Uppfattningen jag har från resultatet är att samtliga lärare är positiva till användandet av verkligheten i undervisningen men att det finns problemområden i användningen och utformningen av uppgifter eller aktiviteter.

5.2.2 Hur lärare använder verkligheten i sin matematikundervisning

Jag ställer mig positivt till att nästan alla lärare använder verkligheten olika beroende på vilket område som de arbetar med, då det pekar mot att de väljer uppgifter med ett genomtänkt syfte. Samtidigt tror jag, och som påpekas av lärare i studien, att det går att koppla verkligheten till alla områden i matematiken med syfte att ge eleverna en ökad motivation samt i strävan mot att synliggöra matematikens användning i olika situationer och sammanhang (Skolverket, 2017b).

Jag ställer mig lite kritiskt till valet som hälften av lärarna gjorde, att använda läromedlet som primär källa till verklighetsanknuten matematik. Mitt kritiska förhållningssätt grundar sig i två aspekter. Den första aspekten är att jag inte är säker på deras kunskap om skillnaden på uppklädda uppgifter och rika, meningsfulla uppgifter. Skillnaden på dessa två uppgifter är graden av tillförd motivation för eleverna (Sparrow, 2008). Andra aspekten är att undervisning genom läromedel skapar lärande i ett linjärt ramverk där elever förväntas ha lärt sig vissa begrepp och procedurer stegvis till skillnad från att undervisa utifrån en hypotetisk lärandebana där elever får utrymme att arbeta med matematiken mer utifrån sina förutsättningar (Fosnot & Dolk, 2018). Jag tänker däremot inte lägga några värderingar i vilket sätt som är bäst då jag tror att det beror på vilken pedagogisk syn man har samt att jag inte är insatt i alla läromedel som respondenterna använder sig av. Eventuellt kan detta väcka lärares tankar kring hur man ser på lärande, vad lärare gör för att gynna eleverna i största utsträckning och hur man jobbar för att det är bekvämt för sig själv.

Beroende på hur lärares verklighetsanknutna uppgifter skapas och arbetas med kan både horisontell- och vertikal matematisering ta utrymme i undervisningen då aktiviteter och uppgifter där elever ska tänka aktivt i kontext är karaktäristiskt för RME (Anderson, 2013). Även om inte alla lärare i denna studie arbetade på detta sätt är deras syn på matematiken i skolan en förutsättning för undervisning utifrån RME. Ett eventuellt problem med lärares syn på verklighetsanknuten matematik är det som framträder i resultatet, det kan ses som för tidskrävande. Vidare kan en problematik visa sig i vad lärare förknippar verklighetsanknuten matematikundervisning till. Det är tydligt att synen bland lärare är att det måste vara utomhusaktiviteter eller större projekt, vilket inte är nödvändigt för att få en verklighets- eller elevnära undervisning. Enligt mig är det inte negativt att lärare vill använda skolgården, närmiljön eller andra verkliga platser i sin matematikundervisning. Däremot skulle jag vilja se att man synliggör att verkligheten eller verkliga situationer kan arbetas med i klassrummet utan att det behöver bli större projekt. Här går att tyda ett potentiellt hinder för ett levande klassrum där elever kan få en tydlig koppling till det som lärs ut i skolan. Om verklighetens integrering i skolans värld ser ut på detta sätt krävs information om tillvägagångssätt och metoder om just detta. Speciellt eftersom inte bara forskning tar upp fördelar med användningen av verkligheten. Lärare var nämligen överens om att motivationen ökade bland eleverna när de fick arbeta med elevnära uppgifter och att uppgifterna bidrog till att hjälpa eleverna att förstå *varför* och *hur* matematiken kunde användas. Eftersom det framkom i resultatet att kunskapen sätter sig på ett helt annat sätt hos eleverna när matematiken är verklighetstrogen, funderar jag på om det arbete som lärare upplever att det krävs, väger upp för den eventuella vinning som eleverna får av elevnära- eller verklighetstrogna aktiviteter.

Utifrån RME ska lärare först låta elever använda verkliga problem för att komma fram till lösningar (Skott, 2010), vilket går emot en syn som kunde synliggöras bland lärare. Synen var att lärare istället introducerar och nöter metoder samt räknesätt i lägre årskurser för att sedan kunna använda verkligheten på andra sätt i högre årskurser. Det går att fundera på om vi vill att undervisningen behandla verkligheten för att lära, eller om matematiska kunskaper först ska läras ut för att kunna hantera verkligheten.

Som Karlsson och Kilborn (2015) lyfter fram krävs det mer än att en lärare behärskar matematiken man undervisar om. Den djupare förståelsen är ett krav (Ibid). Det går att se en parallell mellan den här aspekten till aspekten som sågs i resultatet av att lärare inte använde verkligheten på grund av bristande kunskap eller inte litade på sin kunskap. Däremot anser jag att bristen av praktiska kunskaper inte behöver, eller ska, vara ett stort hinder för verklighetsanknuten matematikundervisning då det troligtvis finns fler metoder än vad lärare är medvetna om för att få in verkligheten inom skolans väggar.

5.2.3 Lärares konstruktion av uppgift

För att avgöra om lärare undervisade helt i linje med RME skulle en undersökning i form av observation behöva genomföras. Anledning är, som tidigare nämnt, att tillvägagångsättet i både skapande av och undervisningen kring uppgiften avgörande för om horisontell- och vertikal matematisering tar plats. *Hur* lärarna hade arbetat med uppgifterna kan jag inte säkerställa genom enbart intervju. Däremot kan diskussionerna i klassrummet kring matematikuppgifter, som lärare ansåg vara viktiga, starkt kopplas till processen som sker vid undervisning enligt RME. Den slutsats som går att dra, som tidigare nämnt, är att även om inte alla lärare arbetade till fullo utifrån RME, så är deras syn på matematiken i skolan en förutsättning för undervisning utifrån RME.

Trots att majoriteten av uppgifterna var stängda uppgifter var lärarnas synsätt att inte fokusera på svaret i sig, utan mer på processen eller verklighetsnyttan som kunde finnas i uppgiften. I den processen var diskussion, argumentation och resonemang en viktig del, vilket går i linje med forskning som säger att samtalen om uppgifter i kontext är viktiga för ett effektivt lärande (Boaler & Humphreys, 2005). Valet av lärarnas arbetssätt, till exempel EPA-metoden eller andra sätt för att skapa en interaktion, tror jag gynnar elever väldigt mycket. Bland annat för att det skapar en mening vilket är detsamma som att lära, då kunskap skapas och inte upptäcks (Fosnot & Dolk, 2018). Vidare kan synen på skapande inom matematiken ifrågasättas, då Fosnot och Dolk (2018) anser att vi inte engagerar elever i skapande inom ämnet som vi gör i andra ämnen. Eventuellt har vi satt ramar långt tillbaka i tiden för hur vi ser på olika ämnen och grunden är för stark för att rubbas. Det är något jag kan känna av ibland, att matematikundervisningen kan utformas på olika sätt av olika lärare, men att det finns ett synsätt på ämnet olikt de andra ämnena som påverkar hur vi behandlar matematiken i skolan. Om synsättet på matematikundervisningen är ett problem eller gynnas av en mer utforskande syn på matematiken krävs det enligt Fosnot och Dolk (2018) en förändrad lärarutbildning där fokus på teorier och metoder, det som inte går att överföra till klassrummet, inte är mittpunkten av utbildningen. Lärare måste själva konstruera matematiska lösningar och skapa egna matematiska modeller för att förändra sin syn på matematikdidaktik (Ibid).

Det framgår en tydlig vilja bland lärare att använda verklighetsanknutna uppgifter då flera uppgifter även syftade till att utveckla icke-matematiska kunskaper, trots att lärare uttrycker liknande kunskaper som ett hinder för sin undervisning. En anledning till varför lärare undviker att undervisa på ett mer elev- eller verklighetsnära sätt skulle kunna vara att det finns en bekvämlighetsfaktor som spelar in, att lärare lätt fastnar i de metoder och arbetssätt som de är vana och bekväma i.

Under intervjuer skapades ofta en meta-diskussion och lärares åsikter ändrades om bland annat sina egna uppgifter och en intressant faktor var att lärare även ställde sin egen undervisning under kritisk granskning. Det här kan tolkas som att diskussionerna i sig gav både intervjuaren och respondenten nyttigt och användbart material.

5.2.4 Lärares resonemang kring en matematisk modelleringsuppgift

De mest intressanta aspekterna som urskildes var processen vid lärares svar och resonemang kring hur uppgiften kunde behandlas i undervisningen. Av svaren fann jag ett som kan ses som en matematisk modell. Den läraren förde in verkligheten in i matematiken för att sedan applicera matematiken in i kontexten, den verkliga situationen, vilket kan definieras som modellering enligt Blum och Borromeo Ferri (2009). Möjligheten att anpassa uppgiften till högre eller lägre nivåer ansågs vara begränsad enligt alla lärare, vilket jag inte håller med om. Det kan bero på att jag har haft betydligt mycket mer betänketid kring detta än den enskilde respondenten eller att jag, i mina tankar om uppgiften, vill få uppgiften till att vara något den egentligen inte är.

Det kan ses som positivt att alla lärare delade åsikten att uppgiften kunde bidra till en ökad motivation och ett ökat intresse bland eleverna. Även valet att inkludera allt från en diskussion i början av uppgiften, till att arbeta gemensamt med den hela vägen, anses som gynnsamt i arbete med sådana här typer av uppgifter (Albaraccín & Gorgorió, 2015; Arseven, 2015). Det tyder på att lärare ser dessa faktorer som viktiga för undervisningen och för elevers lärande samt bidrar till en positiv syn inom undervisningen av ämnet matematik.

Det går att problematisera lärares inställning om krav på förkunskaper eller svårigheten att koppla uppgiften till matematik. Om synen riktar sig mot didaktiken kring uppgiften, alltså vilket syfte man använder den till så går det att argumentera för olika användningsområden. Uppgiften skulle kunna agera som en uppklädd rutinuppgift, för att träna på specifika metoder om läraren väljer att lägga den en bit in i arbetet med till exempel tid eller klockan. Om man istället använder den innan läraren har introducerat något av dessa områden kan uppgiften få ett annat syfte, exempelvis att utforska matematiken och eventuellt bygga en djupare förståelse för hur den kan användas. Det här baseras på lärares utsagor om att förkunskaper krävdes och att det finns en viss syn på hur vi behandlar ämnet matematik då ett problem kan vara att eleverna inte får möjligheter att reflektera eller resonera tillräckligt över hur ett problem eller lösning kan representeras (Karlsson & Kilborn, 2015).

Eftersom det inte gick att urskilja några större skillnader på hur lärarna hade löst, arbetat med eller bedömt den modifierade uppgiften, där namnet i formulering var utbytt till ett annat namn, inte kunde tydas, ser jag en genomgående processinriktad syn på matematikämnet bland lärarna.

5.3 Framtida forskning

Området om lärares attityder till verklighetsanknutna uppgifter eller verklighetsanknuten undervisningen saknar relevant, nyare, forskning och jag fick känslan av att jag enbart vidrört toppen av vad som skulle kunna vara ett isberg. Därmed kan jag se ett flertal intressanta och relevanta forskningsområden. Studien har lyft fram fyra aspekter som har behandlats. Jag anser att vardera aspekt skulle kunna utgöra en egen studie i sig då ingen av dem är välbeforskade områden och jag endast ytligt har behandlat dem.

Eftersom hälften av lärarna förlitade sig till stor del på läromedel för att behandla den verklighet som ska in i matematiken är det relevant med en studie om hur läroböcker behandlar just verkligheten. Vidare hade det även varit intressant att göra en liknande studie med ett större omfång då den här studiens resultat inte går att generalisera. Resultatet har väckt ett intresse för att se till hur attityderna ser ut i andra skolor och klassrum samt hos andra lärare i Sverige.

Källförteckning

Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2015). A brief guide to modelling in secondary school: estimating big numbers. *Teaching Mathematics and Its Applications*. *34*, 223-228. DOI: 10.1093/teamat/hrv006

Andersson L, P. (2013). Student's Critical Mathematical Thinking Skills and Character: Experiments for Junior High School Students through Realistic Mathematics Education Culture-Based. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education, 4*(1), 75-9. Hämtad från https://eric.ed.gov/?id=EJ1078959

Arseven, A. (2015). Mathematical Modelling Approach in Mathematics Education. *Universal Journal of Educational Research. 3,* 973-980. DOI: 10.13189/ujer.2015.031204

Bal, A., & Doganay, A. (2014). Improving Primary School Prospective Teachers' Understanding of the Mathematics Modeling Process. *Educational Science: Theory and Practice, 14*(4), 1375-1384. Hämtad från https://eric.ed.gov/?id=EJ1045055

Baumert, J., Kunter, M., Blum,W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., ... Tsai, Y. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal. 47*(1), 133-180. DOI: 10.3102/0002831209345157

Bautista, A., Wilkerson-Jerde, M. H., Tobin, R. G., & Brizuela, B, M. (2014). Mathematics Teacher's Ideas About Mathematical Models: A Diverse Landscape. *PNA*, *9*(1), 1-28. Hämtad från http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1054965.pdf

Bell, J., & Waters, S. (2016). *Introduktion till forskningsmetodik*. (5. uppl.). Lund: Studentlitteratur

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009) Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application 2009, 1*(1), 45-58. Hämtad från http://gorila.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/viewFile/1620/1087

Boaler, J., & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas: middle school video cases to support teaching and learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (2., [rev.] uppl.) Malmö: Liber

Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5. Uppl.). Oxford: Oxford University Press

Carlgren, I., Forsberg, E., & Lindberg, V. (2009). *Perspektiv på den svenska skolans kunskapsdiskussion*. Stockholm: Stockholms universitets förlag

English, L., Fox, J., & Watters, J. (2005). Problem Posing and Solving with Mathematical Modeling. *Teaching Children Mathematics, 12*(3). 156-163. Hämtad från http://www.jstor.org/stable/41198683

Forsman, B. (1997). *Forskningsetik: en introduktion*. Lund: Studentlitteratur

Fosnot, C.T. & Dolk, M. (2018). *Unga matematiker I arbete: taluppfattning och de fyra räknesätten.* (Upplaga 1). Lund: Studentlitteratur

Frejd, P. (2014). *Modes of mathematical modelling: an analysis of how modelling is used and interpreted in and out of school settings*. Diss. (sammanfattning) Linköping: Linköpings Universitet.

Frejd, P., & Lundberg, A. L. V. (2015). *Begreppen modellering och problemlösning i skolan och i yrkeslivet*. Skolverket. Hämtad från http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-122799

Karlsson, N., & Kilborn, W. (2015). *Problemlösning och matematisk modellering*. Malmö: Gleerups Utbildning.

Kungliga Skolöverstyrelsen. (1962). *Läroplan för grundskolan*. Stockholm: Kungl. Skolöverstyrelsen.

Olofsson, S. (1997). *Matematiklärares attityder och arbetssätt. Resultat av lärarenkäten i TIMMS*. Pedagogiska Mätaren Nr 130. Umeå: Umeå Universitet, Enheten för pedagogiska mätningar.

Palmer, A. (2010). *Att bli matematisk: Matematisk subjektivitet och genus i lärarutbildningen för de yngre åldrarna.* (Doktorsavhandling, Stockholm University, Pedagogiska institutionen)

Skolverket. (2017a). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2017b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011. Reviderad 2017.* [Ny, rev. utg.] Stockholm: Skolverket.

Skolöverstyrelsen. (1969). *Läroplan för grundskolan: Allmän del*. Stockholm: Svenska Utbildningsförlaget Liber AB

Skolöverstyrelsen. (1980). *Läroplan för grundskolan: Allmän del: Mål och riktlinjer, kursplaner, timplaner.* Stockholm: Liber UtbildningsFörlaget

Skott, J. (2010). *Matematik för lärare: Delta Didaktik*. Malmö: Gleerups Utbildning

Sparrow, L. (2008). Real and Relevant Mathematics: Is it realistic in the classroom?. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *13*(2), 4-8. Hämtad från https://eric.ed.gov/?id=EJ802699

Styilanides, GJ., & Styilanides, AJ. (2008). Studying the classroom implentation of tasks: High-level mathematical tasks embedded in ‘real life’ contexts. *Teaching and Teacher Education*, *24*(4), 859-875. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tate.2007.11.015

Utbildningsdepartementet. (1994). *Läroplaner för det obligatoriska skolväsendet och de frivilliga skolformerna: Lpo 94 : Lpf 94*. Stockholm: Utbildningsdep..

Vetenskapsrådet (2017). *God forskningssed [Elektronisk resurs]*. (Reviderad utgåva). Stockholm: Vetenskapsrådet

Özdemir, E., Üzel, D., & Öszoy, N. (2017). An Investigation of Teachers’ Views on Applicability of Modeling in Mathematics Courses. *Journal of Education and Training Studies*. *5*(5), 145-155. Hämtad från https://eric.ed.gov/?id=EJ1141396

Bilagor

Bilaga 1

Intervjuguide

1. Hur länge har du varit verksam lärare?
2. Hur länge har du undervisat i matematik, hur många år av dessa har varit i mellanstadiet?
3. Vad har du för utbildning inom matematik? Inkl. fortbildning.

1. Vad anser du är matematikundervisningens roll i skolan?
Varför?

2. Hur använder du verkligheten i din matematikundervisning?

Varför?	Möjligheter	Svårigheter
Hur stor del?	Vad lär de sig?	Förmågor

Till lärarens egenkonstruerade uppgift:

3. Hur resonerar du kring uppgiften du konstruerade?

Varför?	Vad lär sig eleverna	Hur kan man arbeta med den?
Möjligheter	Svårigheter	Förmågor

Till uppgiften skapad av mig:

4. Vad är dina tankar kring uppgiften du precis fick?
Är det matematik? Kan man arbeta med den, hur/varför inte? Vad krävs?
Behöver man ändra något? Hur ska man undervisa/planera/bedöma?

Bilaga 2

Uppgift som respondenterna fick lösa och diskutera

Hur tidigt behöver du gå upp på morgonen för att hinna till skolan/jobbet?