



JÖNKÖPING UNIVERSITY

*School of Education and
Communication*

Elevers uppfattningar av mönster

En kvalitativ studie om hur elever i årskurs 1 uppfattar
upprepade och växande geometriska mönster

KURS: Examensarbete för grundlärare F-3, 15 hp

PROGRAM: Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i förskoleklass och grundskolans årskurs 1-3

FÖRFATTARE: Hanna Debreceni

HANDLEDARE: Pernilla Mårtensson

EXAMINATOR: Martin Hugo

TERMIN: VT17

SAMMANFATTNING

Hanna Debreceni

Elevers uppfattningar av mönster

En kvalitativ studie om hur elever i årskurs 1 uppfattar mönster

Antal sidor: 40

Arbetet med mönster, genom dess innehållande av strukturer och samband, är en betydelsefull del inom området algebra. Genom att bedriva undervisning i de lägre årskurserna om matematiska mönster kan elever få en god grund att stå på i mötet med den mer komplexa algebran. Studien är en kvalitativ intervjustudie med inspiration av fenomenografi, där elever i årskurs 1 ombeds att lösa ett antal uppgifter om upprepade samt växande geometriska mönster. Utifrån denna metod syftar studien till att bidra med kunskap om hur elever i de yngre åldrarna uppfattar matematiska mönster. Genom detta syfte, bidrar studien också till förståelse för vad det finns för kritiska aspekter i samband med erfandet av de två mönstertyperna. När kunskap om ovannämnda delar finns tillhands, kan lärare designa undervisning på ett sätt som gynnar elevers lärande.

Resultatet påvisar ett antal kritiska aspekter i samband med förståelsen av upprepade och växande geometriska mönster. Det kan vara kritiskt att identifiera den upprepade delen i ett upprepat mönster och att fortsätta ett upprepat mönster enligt samma struktur. Vidare kan det vara kritiskt att urskilja en växande struktur och ett regelbundet numeriskt samband i de växande mönstren. Upptäcka ett generellt samband i ett växande geometriskt mönster är ytterligare en kritisk aspekt som framkommer i studien.

Elever uppfattar mönster på många skilda sätt, vilket lärare bör ha i åtanke då de planerar och genomför undervisning. Det finns viktiga aspekter som bör synliggöras i undervisningen så att elever kan utveckla en förståelse för upprepade och växande mönster.

Sökord: *matematik, algebra, mönster, upprepade mönster, växande mönster*

ABSTRACT

Hanna Debreceni

Pupils perceptions of patterns

A qualitative study on how pupils in grade 1 perceive patterns

Number of pages: 40

The work of patterns, through its content of structures and relationships, is an important part in the area of algebra. Teaching pupils in the lower grades about mathematical patterns, helps them to understand the more complex algebra. The study is a qualitative interview study inspired by phenomenography, where pupils in grade 1 were asked to solve a number of tasks related to repeating as well as growing geometric patterns. Based on this method, the study aims to contribute knowledge about how pupils in the younger ages perceive mathematical patterns. In connection with the purpose of this study it also contributes to the understanding about what the critical aspects connected to the two types of patterns could be. Once knowledge of the above-mentioned parts is available, teachers can design their education in a way that benefits pupils' learning.

The result shows a number of critical aspects associated with the understanding of repeating and growing patterns. It may be critical to identify the repeating part in a repeated pattern and to continue a repeated pattern according to the same structure. Furthermore, it may be critical to distinguish a growing structure and a regular numerical connection in the growing patterns. Discovering a general relationship in a growing geometric pattern is another critical aspect that appears in the study.

Pupils perceive patterns in many different ways, which teachers should keep in mind when planning and conducting teaching. There are important aspects that should be made visible in the education so that pupils can develop an understanding of repeating and growing patterns.

Keywords: *mathematics, algebra, pattern, repeating patterns, growing patterns*

Innehållsförteckning

Inledning	1
Bakgrund	2
Mönster.....	2
Upprepade mönster	2
Växande geometriska mönster	3
Talföljder.....	3
Styrdokumentet.....	4
Mönster och algebra	4
Definition av begreppet algebra.....	4
Definition av begreppet Pre-algebra	5
Generaliseringar.....	5
Elevers förståelse för mönster	6
Syfte och frågeställningar	8
Metod	9
Teoretisk grund.....	9
Kvalitativa intervjuer.....	10
Urval	10
Tillvägagångssätt	11
Etiska ställningstaganden	12
Validitet och reliabilitet	12
Materialanalys	13
Mönsteruppgifter	14
Resultat	17
Upprepade mönster.....	17
Kategori 1, Fokus på en viss upprepande struktur	17
Kategori 2, Fokus på den upprepade delen	20
Växande mönster	21
Kategori 1, Fokus på elementen.....	22
Kategori 2, Fokus på växande struktur	26
Kategori 3, Fokus på växande struktur och ett numeriskt samband	28
Resultatsammanfattning	30
Diskussion	31
Metoddiskussion.....	31

Resultatdiskussion	33
Idéer om fortsatt forskning	37
Referenslista	38
Bilaga	

Inledning

Mönster finns i princip överallt runt omkring oss och de förekommer i många varierade former. Barn lägger märke till mönster redan innan de börjar skolan, vilket gör att det är något bekant för dem. De kanske har upptäckt mönster i naturen, i hemmet eller pärlat ett mönster på en pärlplatta (Ekdahl, 2014).

I en tidigare litteraturstudie, som gjorts med en kurskamrat visade resultatet att mönster är en viktig samt betydelsefull byggsten i matematikundervisningen (Axelsson & Debrececi, 2016). Arbetet med mönster kan hjälpa elever att skapa en förståelse för algebra (Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall, 1998). Eftersom mönster består av strukturer och samband kan elever upptäcka dessa när de arbetar med mönsteruppgifter. Upptäckandet av strukturer och samband är dessutom en viktig del inom matematik i övrigt (Mulligan och Mitchelmore, 2009). Utifrån egen erfarenhet har lärare lite kunskaper om mönster och vikten av det. Därtill kan det bli problematiskt för dem att lyfta upp relevanta aspekter i undervisningen, som hjälper elever att skapa en förståelse för olika mönstertyper.

Efter tidigare studie och det resultat som framkommit har ett intresse väckts för att undersöka hur elever i årskurs 1 uppfattar mönster. Det ligger i mitt intresse att ta reda på hur elever går till väga när de löser mönsteruppgifter, och vilka resonemang de kan föra om mönster innan de fått undervisning om det i någon större grad. Det finns få svenska studier som berör elevers uppfattningar av mönster, och i regel är det äldre elever som deltagit i dessa. Studien syftar till att hjälpa blivande eller yrkesverksamma lärare, att förstå vilka olika tankegångar kring mönsteruppgifter några av de yngsta eleverna i skolan besitter. I studien vill jag också belysa vilka eventuella kritiska aspekter som kan uppstå vid arbete med mönster. Kunskapen efter genomförd studie är användbar i den kommande yrkesrollen som lärare. Den kan hjälpa lärare, att genom en förståelse för elevers tanke sätt, skapa en undervisning som ger elever en bra grund för den kommande mer formella algebran. Finns inte kunskapen om vilka kritiska aspekter som kan uppstå och på vilka skilda sätt elever uppfattar mönster, blir det svårare att lägga upp undervisningen på ett effektivt sätt.

För att bidra med kunskap om ovanstående delar har jag valt att utföra en kvalitativ intervjustudie, där elever ombads att lösa ett antal uppgifter som behandlar upprepade samt växande geometriska mönster.

Bakgrund

Avsnittet behandlar centrala begrepp och förkunskaper, som är viktiga att ha kännedom om inför fortsatt läsning av studiens resultat och diskussionsavsnitt. I bakgrunden ges en förklaring av de mönstertyper som kommer att behandlas i studien samt av begreppen algebra och generalisering. Vidare redogörs det för vad styrdokumentet tar upp om mönster och vikten av arbetet med det. Avslutningsvis återges vad tidigare forskning uppger om elevers olika förståelse för mönster.

Mönster

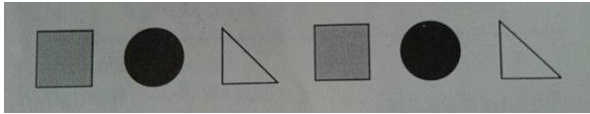
Som tidigare nämnts i inledningen är mönster någonting som förekommer i många varierade former. När vi möter mönster i vardagen tänker vi sällan på hur dessa är uppbyggda. Vi tänker inte på vilken struktur eller vilket samband som kan återfinnas i mönstret. Många förknippar mönster till något estetiskt, till exempel tryck på tyger. Mönster kan däremot representeras på många andra sätt. Det kan handla om representationer i bilder, med bokstäver eller med tal. Mönster kan även hittas i musiken när olika rytmer skapas (Ekdahl, 2012).

Mönster är inte endast något som kan upplevas i vardagen, utan det är också en betydelsefull del inom matematiken. Det bidrar till att elever uppmärksammar relationer. Elever kan genom arbete med matematiska mönster få syn på förändringar vilket framstår som en viktig del i matematiken (Liljedahl 2004). Arbete med mönster i matematikundervisningen, särskilt med yngre elever gör dem vana vid att analysera samt urskilja olika sorters mönster. Vilket i sin tur leder till att elever lättare kan hitta mönster i tal och på så vis träna på att se samband (Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall, 1998). Mulligan och Mitchelmore (2009) styrker Hargreaves påstående då de menar att mönster är något som bör introduceras för elever tidigt. Anledningen är att elever genom arbete med mönster utvecklar förmågan att se strukturer och samband, vilket leder till att den kommande matematiken blir lättare att hantera (Mulligan & Mitchelmore, 2009).

Upprepade mönster

Ett upprepat mönster består av en sekvens som återkommer och upprepas succesivt (*se figur 1*). Upprepade mönster kan vara uppbyggda på olika sätt. De kan till exempel bestå av geometriska former eller andra föremål. Ett upprepat mönster kan också avbildas med bokstäver, där bokstäverna upprepas i en strukturerad ordning, exempelvis ABBABB. Det betyder att ett

upprepat mönster kan översättas till olika representationsformer men fortfarande vara uppbyggt enligt en speciell struktur (Ekdahl, 2014).



Figur 1, upprepat mönster (Ahlström et al., 1996).

Växande geometriska mönster

Ett växande geometriskt mönster är ett mönster framställt av geometriska figurer som växer på ett regelbundet sätt. Mönstret börjar med en geometrisk framställning som sedan byggs på systematiskt vilket gör det växande geometriska mönstret oändligt.

Ett exempel på ett växande geometriskt mönster är tre prickar som i nästa framställning eller element växer till fem prickar, för att i det tredje elementet växa till sju prickar och så vidare. För varje element tillkommer två stycken prickar (*se figur 2*). Det numeriska sambandet har i ett växande mönster en central betydelse (Kerekes, 2014).



Figur 2, växande geometriskt mönster (Markworth, 2010).

Talföljder

En central aspekt inom arbetet med talföljder är att upptäcka mönster och relationer mellan de olika talen i en talföljd. En talföljd består därmed av ett numeriskt samband, vilket mönster i övrigt, tvunget inte gör. Ett mönster kan uttryckas med tal, men för den sakens skull behöver det inte innebära att det är en talföljd (Liljedahl, 2004). Rimligtvis innebär detta att exempelvis ett upprepat mönster kan översättas och uttryckas med tal, men eftersom det inte innehåller något speciellt numeriskt samband benämns det inte som en talföljd.

Talföljder kan vara uppbyggda på olika sätt. Exempelvis finns det aritmetiska talföljder, där differensen mellan varje tal i talföljden är konstant. Det finns också geometriska talföljder, i vilka kvoten av ett tal och det föregående talet är konstant (Berglund, 2009).

Ovan har en beskrivning av talföljder gjorts, eftersom det relateras till arbetet med mönster. Fokus i studien kommer däremot inte ligga på detta, utan det är de upprepade samt växande mönstren som kommer att behandlas vidare i studien.

Styrdokumentet

Under rubriken syfte i kursplanen för matematik uttrycks vikten av att ”ge eleverna möjlighet att uppleva estetiska värden i möten med matematiska mönster, former och samband” (Skolverket, 2016 s. 48). Eleverna ska genom undervisningen ges möjlighet att utveckla sitt intresse för matematik och utveckla förmågan att i olika sammanhang, exempelvis i vardagen använda sig av den (Skolverket, 2016).

Under det centrala innehållet i kursplanen för matematik nämns begreppet mönster under rubriken algebra. Elever ska i årskurs 1-3 möta enkla mönster i talföljder, de ska i undervisningen också få chansen att beskriva, uttrycka samt konstruera enkla geometriska mönster (Skolverket, 2016).

Kommentarmaterialet till kursplanen i matematik tar upp att mönster är en aspekt av kunskapsområdet algebra. Genom mötet med mönster som senare ersätts med tal eller bokstavsbeteckningar kan eleverna tillägna sig ett algebraiskt tänkande. De mönster som eleverna möter i undervisningen kan vara mönster i deras egna miljö, till exempel mönster på tapeter. När elever lär sig beskriva eller konstruera mönster, bidrar det till möjligheten att upptäcka det logiska samband som finns i mönstret. Genom en progression i mönsterarbetet där mönstren blir allt mer komplexa, ges eleverna också en möjlighet till att utveckla förmågan att dra generella slutsatser (Skolverket, 2011).

Mönster och algebra

I ovanstående stycke som behandlar styrdokumentet, uppges det att mönster är en central del inom området algebra. Följaktligen görs en beskrivning av begreppen algebra samt pre-algebra.

Definition av begreppet algebra

Algebra är en gren inom matematiken där räkneoperationer utförs med bokstäver eller symboler. Den avgörande skillnaden för elever mellan aritmetik och algebra är att algebra representeras på ett mer abstrakt sätt. Algebra kan beskrivas som en generalisering av aritmetik,

där bokstäver ersätter tal, vilket ger en möjlighet till att räkna med godtyckliga värden. För att kunna behärska algebra behövs alltså aritmetiska kunskaper eftersom de utgör en grund för det abstrakta symbolspråk som algebran är uppbyggt av. Algebran kan beskrivas som en nyare gren av matematiken jämfört med aritmetiken. Elever som lär sig behärska det algebraiska symbolspråket utvecklar ett verktyg för att kunna representera, uttrycka och förstå olika samband inom matematiken (Kling, 2016). En viktig del inom algebra är det abstrakta tänkandet och förmågan att se strukturer och mönster. Därför utgör arbetet med mönster en väg till det algebraiska tänkandet, vilket kan definieras likt kunskapen om att förstå och konstruera algebraiska uttryck (Warren, 2005).

Definition av begreppet Pre-algebra

Arbetet med algebra under skolåren kan upplevas som svårt för många elever. För att förhindra denna svårighetskänsla bör elever tidigt komma i kontakt med algebra i skolan. Algebra kan som nämnts ovan beskrivas som ett eget matematiskt språk. Det är därför viktigt att detta symbolspråk inte kommer som en överraskning för elever i de högre årskurserna, eftersom det då upplevs som något obekant som de snabbt ska lära sig hantera. Istället ska elever möta algebra i ett tidigt skede i skolan. Ett sätt att introducera algebra för de yngre eleverna är att arbeta med mönster och göra generaliseringar av mönster (Bergsten, Häggström & Lindberg, 1997). När elever får undervisning som syftar till att de lär sig beskriva och analysera mönster, kan detta leda till positiva effekter, då de i framtiden lättare förstår den mer komplexa algebran (Hargreaves et al., 1998). Elever i de yngre åldrarna kommer ofta i kontakt och arbetar med algebra på olika vis, de vet bara inte om det själva (Karlsson & Kilborn, 2015). Grundtanken med pre-algebra är att låta elever arbeta med enkla uppgifter som utvecklar ett algebraiskt tänkande. Symboler och de beteckningar som används i den senare algebran ska till en början inte introduceras, utan kommer som nästa steg. Pre-algebra kan således beskrivas som ett förstadium till algebra. När unga elever får chans att tänka i algebraiska banor kan de lättare förstå de begrepp och symboler som senare algebra innehåller (Bergsten et al., 1997).

Generaliseringar

Det matematiska tänkandet bygger på att göra generaliseringar. Generaliseringar kan beskrivas som att ”gå från det speciella till det generella och tvärt om” (Bergsten, Häggström, & Lindberg, 1997, s. 79). Generalisering är en automatisk process vid språkinläring. Människan kan redan i tidig ålder göra generaliseringar genom att kategorisera olika saker. Ett barn lär sig till exempel

vad som ingår i kategorin blommor, genom att de sett olika exempel på blommor och skapat en förståelse för likheten mellan dessa (Markworth, 2010). Ett exempel på en generalisering inom matematiken är förståelsen av att $a+b=b+a$. Detta är ett generellt uttryck. Även om symbolerna byts ut mot siffror så spelar ordningen på siffrorna ingen roll, svaret blir detsamma. En generalisering är med andra ord ett samband som alltid gäller (Bergsten et al., 1997). En annan definition av en generalisering är ett ”påstående med en mer utsträckt giltighet än det givna påståendet” (Kiselman & Mouwitz, 2008, s. 126; refererad i Ekdahl 2014). Enligt både Bergsten et al. (1997) och Lee och Freiman (2006) kan arbetet med geometriskt framställda mönster göra det både roligare och lättare att göra generaliseringar inom matematiken (Bergsten et al., 1997; Lee och Freiman, 2006).

För att elever ska kunna upptäcka det generella, är det viktigt att samma mönster representeras för dem på olika sätt och i olika representationsformer. Eleverna ska kunna skapa en förståelse för att ett och samma mönster går att uttrycka på flera sätt (Warren & Cooper, 2006). Exempelvis kan mönstret kvadrat, triangel, kvadrat, triangel representeras med bokstäverna ABAB. Strukturen i mönstret är generell oavsett hur det representeras. Ekdahl (2012) påpekar att för att kunna göra generaliseringar krävs det att elever uppmärksammar hur delarna i ett mönster förhåller sig till helheten.

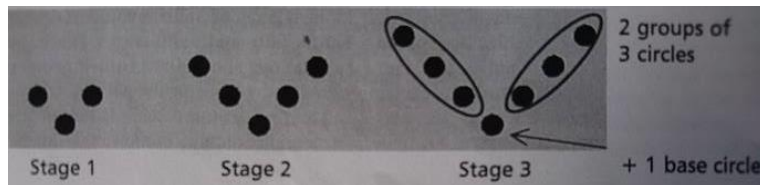
Elevers förståelse för mönster

Elevers kan förstå mönster på olika sätt. Under denna rubrik beskrivs ett antal olika uppfattningar och svårigheter som forskare har observerat i samband med arbetet med mönster.

Arbetet med geometriska mönster syftar till att ge elever möjlighet att upptäcka och få syn på strukturer. Trots det kan det vara svårt för elever att se hur ett mönster är uppbyggt och vilken struktur som finns i mönstret. För att elever ska kunna hitta strukturer behöver de kunna se likheter och skillnader. För en del elever är det svårt att hitta dessa likheter och skillnader, vilket gör det problematiskt för dem att upptäcka helheten i ett mönster (Mulligan & Mitchelmore, 2009).

Något som kan vara kritiskt och svårt för elever när det gäller växande geometriska mönster är att se sambandet mellan elementen i mönstret och deras position. Elever har till exempel lättare för att upptäcka att ett mönster växer med två prickar för varje element (*se figur 3*). Upptäckten av att det är lika många prickar på varje sida i det v-formade elementet som det är i positionsnumret nedan, är däremot svårare för eleverna att göra. Detta bidrar till att eleverna

har lättare för att förutsäga nästa element i mönstret, men att problematik uppstår då de till exempel ska redogöra för hur det tionde elementet skulle se ut (Warren & Cooper, 2007). Det är viktigt för elevers förståelse att de lägger märke till sambandet mellan de olika elementen och dess position i ett mönster, då detta samband utgör en grund till att hitta en generell regel för mönstret. Därav är det väsentligt att i samband med undervisning om växande mönster belysa positionsnummer i relation till elementen i mönstret (Warren & Cooper, 2007; Markworth, 2012).



Figur 3, Växande mönster med positionsnummer (Markworth, 2012).

Hur elever upplever och uppfattar mönster kan kopplas samman med de erfarenheter de har från mönster sedan tidigare. Exempelvis kan elever ha lättare för att uppfatta ett upprepat mönster på ett korrekt sätt än ett växande mönster. Anledningen till detta är möjligen att elever kommer i kontakt med upprepade mönster tidigare och oftare till skillnad från de växande mönstren (Warren, 2005). Komplexiteten i ett mönster kan också vara avgörande för vilken förståelse elever visar kring det. Ett upprepat mönster innehållande många olika former kan göra det svårare för elever att upptäcka den upprepade delen. Ju tydligare mönstret är framställt, desto lättare är det för eleverna att få syn på mönstrets struktur (Warren, Miller & Cooper, 2012).

Det är skillnad på huruvida elever kan uttrycka sina kunskaper om mönster skriftligt eller muntligt. Det är för elever mer komplext att uttrycka sina tankar på ett förståeligt sätt i skrift än vad det är att uttrycka dem muntligt. När elever gör muntliga beskrivningar kan de också använda kroppsspråket eller konkret material till hjälp för att förstärka det som sägs, vilket gör informationen mer lättolkad för lyssnaren (Warren, 2007).

Syfte och frågeställningar

Syftet med studien är att beskriva på vilka kvalitativt olika sätt elever i årskurs 1 uppfattar upprepade och växande geometriska mönster.

Utifrån syftet har följande frågeställningar valts ut:

- Vad urskiljer eleverna när de löser mönsteruppgifter?
- Vilka är de kritiska aspekterna för att förstå upprepade och växande geometriska mönster?

Metod

Metodavsnittet innehåller en beskrivning av hur studien har utförts. Avsnittet informerar om vilken teoretisk grund studien har samt hur urval, tillvägagångsätt och analys av det insamlade materialet har gått till. I avsnittet beskrivs också de två begreppen validitet och reliabilitet samt dess innebörd.

Teoretisk grund

Denna empiriska studie är en kvalitativ studie inspirerad av fenomenografi. Fenomenografi kan beskrivas som en metodologi med intentionen att undersöka människors uppfattningar av olika fenomen. En uppfattning kan beskrivas likt en beteckning som integrerar olika sorts kvaliteter och aspekter av kunskapsbegreppet. På vilket sätt elever uppfattar ett fenomen är ofta underförstått. Genom att elever lägger märke till olika aspekter av ett fenomen, kan dessa olika sätt att urskilja saker, via en analys, resultera i skilda uppfattningar (Kroksmark, 2007).

Kroksmark (2007) talar om första och andra ordningens perspektiv. Första ordningens perspektiv handlar om det oflekterbara och redan bestämda, medan andra ordningens perspektiv istället handlar om det reflekterbara, det vill säga människors erfarenheter och föreställningar av omvärlden. Det fenomenografiska synsättet utgår ifrån andra ordningens perspektiv. Kroksmark skriver att ”metoden inte gör anspråk på att avtäcka hur något egentligen är, utan främst intresserar sig för att förstå hur något kan vara i ett rent mänskligt perspektiv” (Kroksmark, 2007, s. 6). Fenomenografin som metodologi lägger alltså ingen vikt vid vad som är verkligt eller ej, eller om något är rätt eller fel. Istället läggs vikten på människors beskrivningar och tolkningar av verkligheten, och hur dessa förhåller sig till varandra och till det valda objektet. Inom fenomenografin är subjektets relation till objektet central. Kroksmark (2007, s. 17) beskriver det likt att ”världen är vad den är för människan och människan är vad den är för världen. Det är således omöjligt att reducera kunskapsbildning till en av komponenterna i tillvaron.” Metodologin är användbar främst inom pedagogiken, då det är ett område där intresset för människors visade förståelse av ett innehåll är central. Människor är olika och uppfattar saker på skilda sätt. Elevers uppfattningar av ett ämnesinnehåll ser därmed olika ut. Det är dessa skilda sätt att erfara saker och ting på som är det intressanta (Kroksmark, 2007). Genom en analys av dessa varierade erfarenanden, kan kritiska aspekter gällande elevers förståelse för upprepade och växande geometriska mönster identifieras.

Kvalitativa intervjuer

I studien kommer kvalitativa intervjuer att användas som undersökningsmetod. En kvalitativ metod används för att förstå människors upplevelser av olika fenomen. Metoden syftar till att låta människor beskriva hur de tolkar och ser på saker. Vid genomförandet av en kvalitativ intervju ska en öppenhet finnas för att verkligheten kan uppfattas på olika sätt, och att det inte endast finns en objektiv sanning (Kvale & Brinkmann, 2009). Studien syftar till att ge en bild av elevers olika uppfattningar av mönster. Genom kvalitativa intervjuer som sker i samband med att eleverna löser olika mönsteruppgifter (se s. 15-16) kan eleverna beskriva sin förståelse av uppgifterna, vilket ger mig relevant information för att kunna uppfylla syftet och besvara frågeställningarna. De intervjuer som kommer tillämpas i studien mer specifikt är kvalitativa semistrukturerade intervjuer. Användandet av semistrukturerade intervjuer kan beskrivas som att man utgår från ett antal frågor inom ett ämne och fortsättningsvis ställer följdfrågor baserade på intervjudeltagarnas svar. Det är genom denna intervjuform möjligt att skapa en naturlig samtalskaraktär. Vid användning av metoden kvalitativ intervju är det viktigt att den som leder intervjun ställer frågor av öppen karaktär, så deltagarna får möjlighet att svara fritt (Hedin, 2011).

Urval

Skolan som denna empiriska studie utförts på är belägen i södra Sverige, och är en F-6 skola med cirka 300 elever. I Studien har tio elever deltagit, varav sex stycken var flickor och fyra pojkar. De elever som deltagit i studien går i årskurs 1. Valet av årskurs gjordes då det är få studier som gjorts om elevers uppfattningar av mönster i denna ålder. I andra studier som behandlar uppfattningar av mönster har eleverna i regel varit äldre. Urvalet har gjorts på ett strategiskt sätt, och den urvalsmetod som har tillämpats är ett ändamålsenligt urval. Urvalsmetoden syftar enligt Denscombe (2014) till att på bästa sätt uppfylla studiens syfte och frågeställningar. I studien eftersträvade jag att komma åt så många skilda uppfattningar om mönster som möjligt. Därför önskade jag att komma åt de elever som tänker utanför ramarna. För att veta vilka elever det handlade om frågades klassläraren om hjälp, då hon har kännedom om klassen och eleverna. Hade istället ett slumpmässigt urval tillämpats hade risken för ett resultat där eleverna visat liknande uppfattningar, sannolikt varit större. En önskan var också att könsfördelningen mellan eleverna skulle vara så jämn som möjligt.

Eftersom målsmans samtycke var en nödvändighet för att intervjua eleverna skickades godkännandebblanketter ut till föräldrarna (*se bilaga*). Urvalet gjordes sedan av de elever vars föräldrar gett sitt godkännande för deltagande i intervjun. Ett annat kriterium när det gällde urvalet var förstås att eleverna själva var villiga till att delta i en intervju.

Tillvägagångssätt

Innan de deltagande eleverna intervjuades utfördes en provintervju. De mönsteruppgifter som användes i studien testades därmed på min systerson, för att avgöra om svårighetsgraden i dem var lämplig för en elev i årskurs 1. I och med detta testades också de tillhörande frågorna till uppgifterna, för att se hur dessa uppfattades och om deras utformning var förståelig för en sjuåring. Genom en provintervju kunde jag som intervjuare få en insyn i vad som kunde vara kritiskt i de frågor jag ställde till eleverna och fundera över hur dessa kunde förtydligas och vilka eventuella följdfrågor som kunde användas.

Enligt Eklund (2012) är valet av plats för intervjun viktig att ha i åtanke. Intervjuerna bör utföras på en neutral plats som för intervjupersonerna är bekant och gör att de känner sig hemma (Eklund, 2012). I mitt fall ägde intervjuerna rum i ett separat arbetsrum intill klassrummet. Miljön är känd för eleverna, då det är ett rum som de har tillgång till och vistas i ofta. Det var för mig viktigt att eleverna kände sig trygga under intervjun, och inte var rädda för att dela med sig av sina tankar. Enligt Eklund (2012) är tryggheten en viktig faktor för en lyckad intervju. Eftersom jag inte kände eleverna sedan tidigare började jag intervjun med att berätta kort om mig själv och förklara mitt syfte med studien. Det var för mig betydande att eleverna skulle få klarhet i att det var deras tankar som var av intresse, och att det inte handlade om att svara rätt eller fel på frågorna. Under intervjun ställdes ett antal förbestämda frågor om mönsteruppgifterna till eleverna (vilka specificeras på s. 15-16). Därefter ställdes följdfrågor beroende på hur eleverna svarade. Något som försökte undvikas var att ställa frågor med en ledande karaktär.

Intervjuerna utfördes under två dagar, varav fem elever intervjuades första dagen och resterande fem den andra dagen. Detta för att informationen skulle hinna bearbetas på ett godtagbart sätt, och för att förhindra en allt för stor mängd information på en gång. Mellan varje intervju försökte tid skapas för en liten paus, för att hinna bearbeta det deltagaren hade sagt. Detta var i en del fall svårt att verkställa beroende på tidsbrist då eleverna skulle ut på rast eller då aktiviteter kom i vägen. Eftersom intervjuerna utfördes med elever i årskurs 1 hade jag ett

tidsperspektiv på cirka 15 minuter för varje intervju. Detta för att intervjuerna inte skulle bli för långdragna.

En ljudupptagning med mobiltelefon gjordes av varje enskild intervju, för att de i efterhand skulle kunna transkriberas och analyseras. Enligt Eklund (2012) finns det både fördelar och nackdelar med att spela in en intervju. En nackdel är att personer som deltar i intervjun kan känna sig hämmade och mindre avslappnade då de vet att intervjun spelas in. I denna studie var ljudinspelning en nödvändighet för den senare analysen. Däremot videofilmades inte eleverna. Ett skäl till detta är att det skulle kunnat hämma dem mer än enbart en ljudinspelning. Istället fördes anteckningar under intervjun i en loggbok, då elevernas kroppsspråk antydde något som kunde vara av vikt vid analystillfället. Loggboksanteckningarna användes sedan i samband med analysen av materialet.

Etiska ställningstaganden

Vid utförande av en kvalitativ intervju är det nödvändigt att ta hänsyn till fyra huvudkrav. Samtyckeskravet, vilket är ett av dessa innebär att deltagande personer i intervjun måste ge sitt samtycke till medverkande (Kvale & Brinkmann, 2009). Innan genomförandet av intervjuerna tillfrågades eleverna därav personligen en extra gång om deras godkännande och vilja till deltagande i studien. Eleverna fick när som helst avbryta intervjun. De deltagande eleverna samt vårdnadshavarna har i förväg informerats om studiens syfte enligt informationskravet och all information som erhållits i studien har behandlats enligt konfidentiellskravet. Det betyder att intervjudeltagarnas identiteter och eventuell känslig information som uppkommit under intervjusamtalen skyddas från obehörig åtkomst (Kvale & Brinkmann, 2009). Utdrag från intervjuer och elevexempel finns med i resultatet, men i dessa har elevernas riktiga namn ersatts med fingerade namn. Denna information har klargjorts för vårdnadshavarna i form av de godkännandebblanketter som skickats ut. Efter genomförd studie kommer all ljudupptagning att raderas. Återigen för att ingen obehörig ska få åtkomst till informationen. Under tiden studien genomförs ligger det på mitt ansvar att se till så ingen annan än jag själv får ta del av de ljudinspelningar som gjorts. Enligt det fjärde kravet, nyttjandekravet får de uppgifter och det material som samlats in i samband med studien endast användas för forskningsändamål.

Validitet och reliabilitet

Inom kvantitativ och kvalitativ forskning benämns begreppen validitet samt reliabilitet. Validitet handlar om relevansen i de mätningar som utförs, medan reliabilitet handlar om

huruvida mätningarna har utförts på rätt sätt, det vill säga om tillförlitligheten i en studie. Begreppen validitet och reliabilitet värderas i viss mån olika när det gäller kvantitativa och kvalitativa studier. I kvalitativa studier talas det istället om en inre validitet, vilket kan ersättas av begreppet trovärdighet. Trovärdigheten i studien sätts i relation till forskarens tidigare erfarenheter, samt beskrivningen om hur urvalet, tillvägagångssättet och analysen har gått till (Kvale & Brinkmann, 2009). Tidigare i metodavsnittet har dessa faktorer belysts så tydligt som möjligt för att ge en ökad trovärdighet.

När det gäller reliabiliteten, tillförlitligheten i studien finns det ett flertal faktorer som kan påverka detta. En av dessa är exempelvis ljudupptagningens kvalitet. I studien användes mobilen som ljudinspelningsmedel. Ljudet var klart och tydligt och det var ingenting av det eleverna sagt i ljudupptagningen som var svårt att tyda. Valet att inte videofilma eleverna kan ses som en nackdel. I denna studie gjordes detta val medvetet, vilket nämnts under rubriken tillvägagångssätt. Därav kompletterades ljudupptagningen med loggbokförande så att viktiga händelsemoment i elevernas kroppsspråk inte skulle missas i analysen. En annan faktor som kan påverka reliabiliteten är de frågor som ställts under intervjun och hur de ställts. I studien har jag i största mån försökt att tillämpa ett neutralt förhållningssätt. Det är däremot svårt att veta huruvida det egna kroppsspråket eller de frågor som ställts har haft en inverkan på elevernas svar.

Studien är inte generaliserbar. Det är därmed inte säkert att de som utför en liknande studie uppnår samma resultat. Skälet till detta är att antal deltagande elever är få. Därmed går det inte att dra en generell slutsats över vilka uppfattningar elever i årskurs 1 har av mönster. Syftet i denna studie är inte att ge en generell bild angående detta, utan att istället ge en insyn i några elevers uppfattningar.

Materialanalys

Analysen av data har utförts i flera steg. Det första steget innebar att alla de intervjuer som gjorts med eleverna lyssnades igenom samt transkriberades. Eftersom intervjuerna utförts under två dagar kunde de transkriberas under samma dag. Därmed kunde jag komma ihåg detaljer som var av vikt för analysen, och som inte hade gått att tyda enbart med hjälp av inspelningen. Ett exempel på en sådan detalj är när en elev pekade på något i uppgiften och benämnde det som ”den”. När detta var gjort analyserades loggboken som förts av mig under intervjuernas gång, de häften innehållande elevexempel som eleverna fyllt i under intervjun, samt transkriberingarna. Genom en analys av föregående tre delar kunde jag genom elevexemplen

se hur eleverna praktiskt ritat sina svar på mönsteruppgifterna. Elevernas tankar och uttryck kunde därutöver synliggöras med hjälp av transkriberingarna. Loggboken bidrog med viktig information och användes som en komplettering till transkriberingarna och elevexemplen, då det i den antecknats huruvida elevernas kroppsspråk förtydligat något under intervjun. Parallellt med denna analysprocess skapades ett dokument med rubriker innehållande de uppgifter och huvudfrågor som ställts till eleverna under intervjun. Elevernas svar sammanställdes och ordnades upp under varje rubrik. De frågor som jag ställde till mig själv under analysen var: Vad fokuserar eleverna på när de löser en uppgift? och hur ger de uttryck för det? När jag hade alla elevers svar sorterade i dokumentet under varje uppgift, kunde jag lättare jämföra dessa samt söka efter skillnader och likheter mellan dem. Färgkodning användes för att synliggöra likheterna och skillnaderna ännu tydligare. Utifrån detta kunde vidare arbete fortsätta med att på ett djupare plan analysera och fundera över hur eleverna har erfarit mönsteruppgifterna.

Efter föregående analyssteg skapades olika kategorier av uppfattningar som belyser likheter och skillnader gällande elevernas fokus vid lösning av uppgifterna. Kategorierna utgår från vad eleverna lagt märke till och inte lagt märke till. Eftersom gemensamma kategorier och uppfattningar inte kunde hittas mellan de upprepande och de växande geometriska mönstren, av den orsaken att det är två olika fenomen, skapades kategorier separat för var och en av mönstertyperna. För de upprepade mönstren skapades två kategorier av uppfattningar, medan de växande geometriska mönstren resulterade i tre kategorier av uppfattningar. I resultatet görs en mer ingående beskrivning av dessa, där de även redovisas i tabellform.

Mönsteruppgifter

Enligt Warren och Cooper (2006) kan arbetet med mönster läggas upp på ett progressivt sätt. Det första eleverna bör träna på är att beskriva ett upprepat mönster. Därefter kan de fortsätta på ett upprepat mönster för att så småningom kunna göra generaliseringar av mönstret (Warren & Cooper, 2006). Även Heiberg Solem, Alseth, och Nordberg (2011) förespråkar ett progressivt arbetssätt som liknas vid föregående beskrivning. Det konkreta ska arbetas med först, därmed kan eleverna i första hand få titta på ett mönster och beskriva det. När detta är gjort kan eleverna komma på hur mönstret kan fortsätta, för att sedan upptäcka ett generellt samband i mönstret (Heiberg Solem et al., 2011).

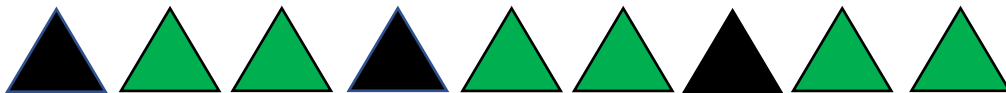
I de mönsteruppgifter som användes i studien valde jag att utgå ifrån en liknande progression när det gällde mina frågeställningar till eleverna. Progressionsordningen var en hjälp för mig, då den gav mig en struktur att följa i syfte till att ta reda på elevernas uppfattningar.

Frågorna till uppgifterna grundar sig i forskning på så vis att de berör viktiga aspekter som eleverna ska skapa förståelse för inom området. Vid konstruerandet av uppgift 1 och uppgift 2 har inspiration hämtats ifrån tidigare forskning. Uppgift 3 och uppgift 4 är direkt hämtade från den forskning som tagits del av. Uppgift 1 och 3 och dess tillhörande frågor ger även en möjlighet till generalisering.

Det material som eleverna hade tillgång till under intervjun var: färgpennor, blyertspennor, sudd, ett antal bokstavskort som användes i samband med uppgift 1 samt ett utskrivet häfte med alla uppgifter (utan tillhörande frågor).

Uppgifterna och dess tillhörande frågor presenteras här nedan.

Uppgift 1, upprepat mönster:



De huvudfrågor som ställdes till eleverna i relation till uppgiften var:

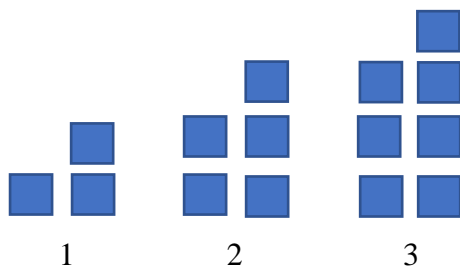
- Kan du beskriva mönstret för mig? Vad händer i mönstret?
- Hur skulle du kunna fortsätta på mönstret?
- Om du skulle översätta mönstret till bokstäver (eleverna får ett antal bokstavskort med A och B på) hur skulle du göra det?
- Om du skulle rita ett eget liknande mönster, hur skulle det kunna se ut?

Uppgift 2, upprepat mönster:

Vilken del i mönstret fattas?



Uppgift 3, växande geometriskt mönster, hämtad från Warren och Cooper (2007):



De huvudfrågor som ställdes till eleverna i relation till uppgiften var:

- Kan du beskriva mönstret för mig? Vad händer i mönstret?
- Hur skulle nästa figur kunna se ut och varför?
- Hur skulle den tionde figuren kunna se ut och varför?
- Om du skulle rita ett eget liknande mönster, hur skulle det se ut?

Uppgift 4, växande geometriskt mönster, hämtad från Ekdahl (2012):



Hur ser det ut bakom rektangeln? Ringa in ditt svar



Resultat

Nedan presenteras de olika kategorierna som förklarats under rubriken analys med tillhörande elevexempel. Det som ska påpekas är att en del elevlösningar inte nödvändighetsvis behöver tillhöra endast en kategori, utan kan tillhöra flera. De är däremot inplacerade under den kategori som de enligt min tolkning passar bäst in under. Något som också ska klargöras är att de olika kategorierna är övergripande och inom dessa har eleverna även fokuserat på andra aspekter.

Upprepade mönster

Utifrån analysen av materialet gällande de upprepade mönstren har utfallet resulterat i två övergripande kategorier av uppfattningar. Presentationen av resultatet gällande de upprepade mönstren utgår därmed från nedanstående två kategorier (*se tabell 1*).

Tabell 1, uppfattningar av de upprepade mönstren:

Kategorier, upprepade mönster	Beskrivning
Kategori 1, Fokus på en viss upprepande struktur	-Eleven urskiljer att mönstren består av en upprepad struktur -Eleven urskiljer <i>inte</i> att det finns en specifik del i mönstren som upprepas
Kategori 2, Fokus på den upprepade delen	-Eleven urskiljer att mönstren består av en upprepad struktur <i>och</i> lägger märke till den specifika del som upprepas i mönstren

Kategori 1, Fokus på en viss upprepande struktur

Inom denna kategori riktas elevernas fokus mot den upprepande strukturen i mönstret. De har visat en förståelse för att mönstret är uppbyggt så att någonting återkommer, exempelvis att färgerna eller delarna i mönstret upprepas. De har däremot inte uppmärksammat vilken som är den upprepade delen i mönstret, det vill säga att det finns en speciell del som återkommer hela tiden. Elevlösningar som tillhör denna första kategori lägger alltså större fokus på att enskilda delar i mönstret kommer åter, än på vilken specifik del som återkommer.

De konstateranden som hör till denna kategori och uppfattning är de där eleverna uttryckt att det upprepade mönstret i uppgift 1 måste avslutas med en svart triangel eftersom mönstret började med en svart. Eleverna noterade att mönstret innehöll en viss upprepad struktur. De uppmärksammade att antalet gröna och svarta trianglar samt färgerna i mönstret återkom, men

det faktum att de medvetet valt att avsluta mönstret med en svart triangel visar att de troligtvis inte urskilte vilken specifik del som upprepas. I utdrag 1 förtydligar eleven att mönstret inte kan sluta med en grön triangel eftersom mönstret i detta fall inte anses som fullständigt.

Utdrag 1

Intervjuare: Varför valde du att stanna på en svart triangel? Var det någon tanke med det?

Elev 6: För att det börjar med en svart och då ska det sluta med en svart

Intervjuare: Kan det inte sluta med två gröna?

Elev 6: Nej, för då blir det inget mönster



Figur 4, Avslutning på upprepat mönster med en svart triangel

Utdrag 1 visar att fokus låg på att mönstret skulle vara estetiskt korrekt och därmed sluta med samma färg som det började. Detta kommer till uttryck genom att eleven klargör att mönstret ska sluta med en svart triangel eftersom det började med en svart. Elevens fokus riktades däremot inte mot den upprepade delen i mönstret.

Ett liknande exempel tillhörande denna kategori är då eleverna uttryckt att mönstret kunde sluta med antingen svart eller grön triangel. För dessa elever spelade det ingen roll vilken färg mönstret slutade på, vilket kan tyda på att de inte uppmärksammat att det är sekvensen svart grön grön triangel som är återkommande.

I utdrag 2 har elevens fokus legat på färgernas upprepning men inte på antalet trianglar som upprepas. När frågan om eleven kan beskriva mönstret ställs, blir svaret till en början ett nej. Vidare ställs frågan om vad eleven ser i mönstret, varpå eleven svarar svart och grön. Svaret tyder på att färgerna är den huvudsakliga detalj som urskilts. Därmed har eleven fortsatt på det upprepade mönstret med likadana färger, men med en annan upprepning.

Utdrag 2

Intervjuare: Kan du beskriva mönstret för mig?

Elev 8: Nej

Intervjuare: Om du skulle tala om hur det ser ut?

Elev 8: Svart och grön

Intervjuare: Om du skulle fortsätta på mönstret hur skulle du göra då? Skulle det gå?

Elev 8: Ja, med trianglar

Intervjuare: Vill du rita fortsättningen?

Elev 8: (Ritar)



Figur 5, Fortsättning på upprepat mönster med en annan upprepning

Den likhet som finns mellan utdrag 1 och utdrag 2 och som gör att båda placerats under denna kategori, är att båda utdragen visar att eleverna har lagt märke till en upprepad struktur. Eleven i utdrag 2 har urskiljt en upprepande struktur i form av färger och trianglar. Inget av utdragen visar däremot att fokus lagts på den specifika del i mönstret som upprepar sig. Det som skiljer de två utdragen åt är att eleven i utdrag 2 inte uppmärksammat att mönstret är uppbyggt så att en svart triangel följs av två gröna.

I samband med uppgift 2 hade några elever svårt att se vilka delar som fattades i det upprepade mönstret och fick tänka efter länge. De analyserade figurernas placering i upprepningen innan och kunde därigenom skapa en förståelse för vilka delar det handlade om. Eftersom mönstret var mer komplext än i uppgift 1, då det var framställt med en färg och flera figurer, var det troligtvis svårare för eleverna att förstå vilken bestämd del som upprepar sig. De visade däremot en förståelse för att mönstret innehöll en upprepad struktur och tog hjälp av föregående delar i mönstret för att se vilken del som skulle passa in i mellanrummet. Eleven i utdrag 3 gjorde exempelvis upptäckten av att föregående upprepning innehöll två cirklar följt av en triangel och kunde därigenom lista ut i vilken ordning figurerna skulle placeras in i det tomma fältet.

Utdrag 3

Intervjuare: I detta mönster är det något som fattas, vad är det som fattas där, kan du lista ut det?

Elev 5: (Tänker, och ritat sedan dit en cirkel och en triangel)

Intervjuare: Hur kom du fram till det?

Elev 5: För där är det ju två ringar och sen en triangel (pekar på delarna i upprepningen innan)

Intervjuare: Okej, Finns det någon speciell del som upprepas i mönstret, någon del som kommer om och om igen?

Elev 5: Ja, alla delar gör det



Figur 6, Elevexempel

Eftersom eleven påstod att alla element i mönstret upprepas, har uppmärksamheten inte riktats mot den specifika upprepade delen i sig, utan mot figurernas placering.

Kategori 2, Fokus på den upprepade delen

Denna kategori innebär att eleverna riktade fokus och uppmärksamhet mot den specifika upprepade delen i de upprepade mönstren. Eleverna har visat en förståelse för vilken del som kommer åter och upprepas i mönstret.

De elevlösningar som är utmärkande för denna kategori till skillnad från kategori 1, är exempelvis då eleverna uttryckt att mönstret i uppgift 1 måste avslutas med en grön triangel. Dessa elever ser vilken del som upprepas i mönstret och förstår att den upprepade delen slutar med en grön triangel, till skillnad från de elever i kategori 1 som svarat att mönstret måste sluta med en svart triangel för att det började med en svart (se utdrag 2). Nedanstående utdrag belyser detta då en elev har fortsatt på det upprepade mönstret i samband med uppgift 1:

Utdrag 4

Elev 2: Sådär skulle jag fortsätta

Intervjuare: Perfekt, och varför skulle du göra det?

Elev 2: Då blir det en bra fortsättning, det kommer inte bara svart grön grön svart och så tar det slut

Intervjuare: Så du vill inte att den tar slut på den svarta?

Elev 2: Nej

Intervjuare: Varför?

Elev 2: För då tänker jag att det blir inte en så bra fortsättning. Det måste komma svart grön grön, svart grön grön flera gånger. Jag kan inte tänka så bra om det tar slut på den svarta



Figur 7, Avslutning på upprepat mönster med grön triangel

I ovanstående utdrag klargjorde eleven att den upprepade delen svart grön grön måste återkomma flera gånger, och att mönstret därför inte kan sluta med en svart triangel.

Andra elevsvar som tyder på att uppmärksamheten riktats mot den upprepade delen, är då eleverna i samband med uppgift 2 ritat in de två figurerna som fattats i mönstret och sedan också valt att avsluta mönstret genom att lägga till två cirklar. Utdrag 5 är ett exempel på detta.

Utdrag 5

Intervjuare: Vad är det som fattas i detta mönster?

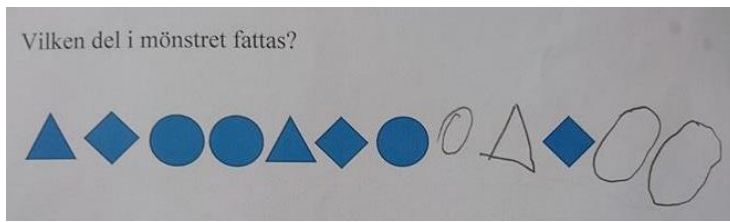
Elev 9: (Ritar dit en cirkel och en triangel)

Intervjuare: Hur kom du fram till det?

Elev 9: För om jag kollar så går mönstret så. Fast där måste man fortsätta med mönstret (pekar på sista figuren och ritat dit två cirklar i slutet)

Intervjuare: Du ritade till två cirklar, varför gjorde du det?

Elev 9: För att det slutar där. Annars skulle jag få göra mer på mönstret



Figur 8, Avslutning på upprepat mönster med två cirklar

Eleven i utdrag 5 har inte endast lagt märke till vad som fattades i mellanrummet, utan såg också att mönstret inte slutade med en hel upprepning. Genom att eleven ritat till två cirklar och uttryckt att mönstret inte kunde sluta som det gjorde, riktades fokus mot den upprepade delen i sig.

Även vid arbetet med bokstavskorten synliggjordes det att en del elevers fokus legat på den upprepade delen. Eleverna översatte mönstret i uppgift 1 till bokstäverna ABBABB eller BAABAA och motiverade sitt svar med att bokstaven A representerade svart triangel och B grön, eller tvärtom. De beskrev sedan att delen ABB eller BAA skulle komma om och om igen, eftersom mönstret var uppbyggt på detta sätt. Eleverna kunde översätta mönstret till en annan representationsform men behålla strukturen i det ursprungliga mönstret, vilket visar att eleverna kunde utföra en generalisering. Ett uppmärksammande av den upprepade delen i sig är däremot ingen nödvändighet för att kunna göra en generalisering. Eleverna kan exempelvis genom att titta på det ursprungliga mönstret med triangelarna, förstå i vilken ordning bokstäverna ska läggas i, utan att fokus lagts på den upprepade delen. Elevuppfattningar enligt föregående exempel skulle därför tillhöra kategori 1, fokus på en viss upprepad struktur.

Växande mönster

Utifrån analysen av materialet gällande de växande mönstren har utfallet resulterat i tre övergripande kategorier av uppfattningar. Presentationen av resultatet gällande de växande mönstren utgår därmed från nedanstående tre kategorier (*se tabell 2*).

Tabell 2, uppfattningar av de växande geometriska mönstren

Kategorier, växande mönster	Beskrivning
Kategori 1, Fokus på elementen	-Eleven riktar fokus mot de enskilda elementen i mönstren, eller på relationen mellan dem -Eleven uppmärksammar <i>inte</i> den växande strukturen i de växande geometriska mönstren
Kategori 2, Fokus på växande struktur	-Eleven uppmärksammar den växande strukturen i de växande geometriska mönstren -Eleven uppmärksammar <i>inte</i> att mönstren består av ett regelbundet numeriskt samband
Kategori 3, Fokus på växande struktur och ett numeriskt samband	-Eleven uppmärksammar den växande strukturen i de växande geometriska mönstren <i>och</i> uppmärksammar att mönstret består av ett regelbundet numeriskt samband

Kategori 1, Fokus på elementen

Under denna kategori ingår de elevlösningar vars huvudsakliga fokus legat på de olika elementen i de växande geometriska mönstren. Eleverna har lagt märke till hur dessa kan förhålla sig till varandra och har urskiljt ett sorts samband mellan dem. De har däremot inte uppmärksammat den växande strukturen i mönstren.

Exempel på elevlösningar som tillhör denna kategori är då eleverna i samband med uppgift 3 uttryckt att det gick att bygga vidare på mönstret genom att sätta ihop de olika elementen med varandra. Dessa elever hade svårt att urskilja att mönstret växte. Fokus riktades istället på att se elementen som enskilda delar, eller på hur de kunde förhålla sig till varandra, vilket synliggörs i utdrag 6.

Utdrag 6

Intervjuare: Okej. Om vi tittar på detta mönstret, kan du beskriva det för mig?

Elev 7: Det blir ju så...så kan man fortsätta så och så

Intervjuare: Hur menar du?

Elev 7: Man kan ju vända på dem och sätta ihop dem på olika sätt (pekar på de olika elementen i mönstret)

Intervjuare: Hur skulle nästa figur kunna se ut?

Elev 7: Man kan ju rita den så här (roterar andra elementet åt vänster och ritar det nedanför mönstret). Då blir det som en arm på

Eleven urskiljer de olika elementen i mönstret samt deras form, vilket kommer till uttryck då betoningen om att man kan sätta ihop dem på olika sätt görs. Något som också uppmärksammats

är att de olika elementen går att rotera åt olika håll och att de därigenom skulle kunna passa ihop med varandra och bilda en helhet. När frågan om hur nästa figur skulle kunna se ut ställs, belyser eleven att det andra elementet i mönstret kan roteras och ritas det sedan under det ursprungliga mönstret. Detta visar att eleven inte urskilt att mönstret har en speciell riktning och att nästa element bör ritas till höger om föregående element. Genom att eleven inte nämner något om att elementen består av olika antal kvadrater eller att elementen blir högre eller större för varje framställning, urskiljs varken den växande strukturen eller att mönstret är uppbyggt med en konstant ökning för varje element.

Ett liknande exempel som berör samma uppgift är följande:

Utdrag 7

Intervjuare: Hur skulle du beskriva det här mönstret för mig?

Elev 10: Det är olika delar

Intervjuare: Olika delar säger du? Hur menar du då?

Elev 10: Här är en del och här en (pekar på de olika elementen i mönstret)

Intervjuare: Okej, kan du berätta om de olika delarna? Vad ser du mer?

Elev 10: Hur menar du?

Intervjuare: Om du skulle fortsätta på detta mönstret hur skulle du göra?

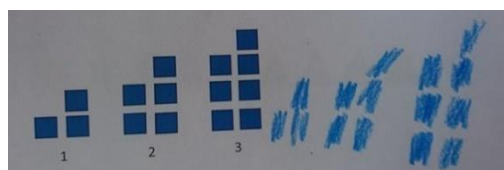
Elev 10: Man kan sätta ihop dem med varandra

Intervjuare: Okej, Kan du rita upp hur du skulle fortsätta på mönstret?

Elev 10: (Eleven fortsätter genom att upprepa elementen en gång till, ritat ett upprepat mönster)

Intervjuare: Och hur tänker du nu?

Elev 10: Det är ett mönster och du kan fortsätta på det. Man kan fortsätta på alla mönster hur långt som helst



Figur 9, Fortsättning enligt en upprepande struktur

I likhet med utdrag 6 beskriver även denna elev till en början att mönstret består av olika delar och att dessa går att sätta ihop med varandra. När eleven sedan ombeds att fortsätta på mönstret görs detta enligt en upprepad struktur. Detta visar att eleven riktar sitt fokus från de separata elementen i sig, till att se de första tre elementen i mönstret likt en sekvens som ska komma åter. Eleven fortsätter därav på mönstret i höger riktning till skillnad från eleven i utdrag 6, som valde att rita nästa element nedanför de föregående elementen. Det ovannämnda tyder på att eleven i detta exempel urskilt att elementen i mönstret följer en speciell riktning. En annan

aspekt eleven lägger märke till är att mönstret skulle kunna fortsätta i en oändlighet. Därav har urskiljandet av en igenkommande struktur gjorts. Eftersom utdrag 7 är placerat under denna kategori lägger eleven i detta exempel inte märke till att elementen växer och att element nummer fyra skulle innehålla två kvadrater mer än element nummer tre.

Det faktum att vi tidigare under intervjun tittat på uppgifter med upprepade mönster kan ha haft en inverkan på elevens val att fortsätta på mönstret med en upprepande struktur. Därmed kan det konstateras att arbetet med de två mönstertyperna direkt efter varandra, i det här fallet, möjligen försvårade upptäckten av en växande struktur.

Ett annat exempel på en elevlösning som tillhör kategori 1 och berör uppgift 3 presenteras här nedan:

Utdrag 8

Intervjuare: Då kollar vi lite på det här mönstret, kan du beskriva det för mig?

Elev 8: Det är inte ett där inte två där och inte tre där

Intervjuare: Hur menar du då?

Elev 8: Det är ju en etta där (pekar på positionsnumret under första elementet) men det är tre där (pekar på antalet kvadrater i första elementet)

Intervjuare: Okej så det är inte lika många där som numret här nere

Elev 8: Nej

Intervjuare: Om jag täcker för numren här nere ser du något annat i mönstret?

Elev 8: Nej jag tänker bara på att de ska vara samma

Intervjuare: Okej, hur skulle man kunna fortsätta på mönstret?

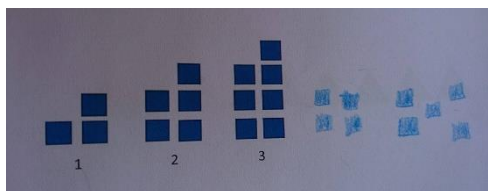
Elev 8: (Ritar fyra kvadrater i fjärde elementet och fem i det femte)

Intervjuare: Okej, hur tänkte du när du ritade så?

Elev 8: Ehh, för när man räknar är det en, två, tre, fyra och fem. Så är det som en tärning

Intervjuare: Okej, har du tänkt att numren under ska höra ihop med mönstret?

Elev 8: Ja precis!



Figur 10, Fortsättning med fokus på positionsnummer

I föregående exempel lägger eleven märke till att positionsnumret och antal kvadrater i elementen inte stämmer överens. Fokus riktades därmed åt att konstruera nästkommande element så att dessa två saker skulle motsvara varandra. Här kan positionsnumrens betydelse

ses som kritiskt, eftersom det förleder eleven från att upptäcka ett numeriskt eller generellt samband mellan mönstrets element. Istället lades fokus på att positionsnummer och antalet kvadrater i elementen skulle vara lika. Trots att positionsnumren täcktes för, samt att frågan om eleven såg något i mönstret vid detta tillfälle ställdes, låg fokus fortfarande på relationen mellan nummer och element. Detta hindrade eleven från att uppmärksamma den växande strukturen i elementen i sig och därmed se helheten i mönstret.

När det gäller uppgift 4, påpekar en del elever att alternativet med två vita kulor passar bäst in i mönstret. Elevernas fokus låg på relationen mellan de svarta och vita kulorna och de uttryckte att det var för många svarta kulor efter varandra. Eleverna uppmärksammade med andra ord att antalet svarta kulor var fler än de vita, men de uppmärksammade inte att de svarta kulorna blev fler och fler ju längre mönstret fortsatte. Fokus låg istället på kulornas position och färg. Eftersom det var många svarta kulor placerade efter varandra så behövdes fler vita emellan dem.

Utdrag 9

Intervjuare: Då ska vi ta en titt på det sista mönstret, vad är det som fattas här? Bakom den rutan?

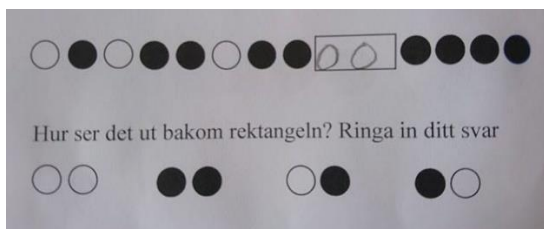
Elev 5: (Tänker)

Intervjuare: Här har du alternativ, fyra stycken olika. Passar någon in där?

Elev 5: (Ritar dit två vita kulor)

Intervjuare: Okej, hur tänker du?

Elev 5: För där är det vit sen svart sen vit svart svart sen en vit och sen fyra svarta. För att det inte ska bli för många svarta så lägger jag dit två vita



Figur 11, Elevexempel

Andra elevlösningar, exempelvis de som uttryckt att alternativet vit och svart kula passade bäst in i mönstret hör också till denna kategori. Eleverna som valt detta alternativet, visade till skillnad från de elever som valt alternativet med två vita kulor, urskiljandet av att det alltid är endast en vit kula mellan de svarta. Eleverna såg i detta fall ett sorts samband mellan de svarta och vita kulorna, men upptäckte inte den växande konstruktionen i mönstret.

Kategori 2, Fokus på växande struktur

Utmärkande för denna kategori och uppfattning till skillnad från kategori 1, är att eleverna har visat en förståelse för att mönstret har en växande struktur, men ej uttryckt att det innehåller ett regelbundet numeriskt samband.

Nedanstående exempel berör uppgift 3:

Utdrag 10

Intervjuare: Finns det någon regel för det här mönstret?

Elev 4: Ja det måste fortsätta med, kolla här ska det va lika och det ska vara lika så och där

Intervjuare: Okej. Hur menar du med lika?

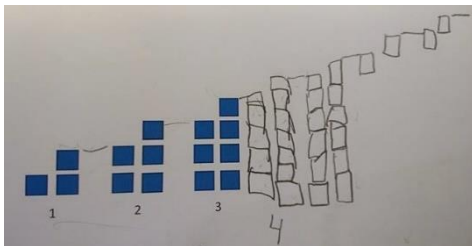
Elev 4: Alltså det ska vara jämt. De två ska vara jämna, och de två ska vara jämna (eleven drar streck mellan ena elementets högerspalt och nästa elements vänsterspalt)

Intervjuare: Okej, spännande, Skulle du på något sätt kunna lista ut hur den tionde figuren skulle se ut?

Elev 4: Tionde?

Intervjuare: Ja

Elev 4: Då skulle jag göra såhär... (Eleven gör ett försök till att fortsätta dra streck mellan det ena elementets högerspalt och nästa elements vänsterspalt upp till den tionde figuren)



Figur 12, Fortsättning på växande mönster enligt elev 4

Eleven i ovanstående exempel har upptäckt sambandet mellan det föregående elementets högerspalt och nästa elements vänsterspalt, att de ska vara lika höga. Utifrån *figur 12* kan man se att eleven fokuserat på relationen mellan elementen i mönstret, och att eleven också har lagt märke till den växande strukturen. I exemplet ovan syns det tydligt att elementen är konstruerade på ett sätt som framhäver att de växer och blir högre. Erfarandet av den växande strukturen enligt ovan skiljer denna kategori från de erfarenen som tidigare representerats i kategori 1. Eleven uttryckte däremot inget om att det finns ett numeriskt samband i mönstret, och tycks inte upptäckt att antalet kvadrater i föregående elements högerspalt och nästa elements vänsterspalt ska vara lika många. Det blir genom *figur 12* tydligt att en förståelse finns för att högerspalten i de olika elementen ska vara högre än vänsterspalten. Det nämns dock inget om att högerspalten består av en kvadrat mer.

Vidare följer ett utdrag (utdrag 11) vilket belyser hur en elev fokuserat på endast ett element, det tredje elementet i mönstret för att hitta ett samband.

Utdrag 11

Intervjuare: Hur skulle du rita nästa figur i mönstret? Hur skulle den se ut?

Elev 3: Här skulle det vara fyra och här fyra. Jag tror såhär. Om jag har tre plussar man fyra till och då blir det sju (pekar på det tredje elementet)

Intervjuare: Juste och hur tänkte du här? (pekar på det fjärde elementet)

Elev 3: Fyra plus fyra det är 8

Intervjuare: Okej. Och den femte då?

Elev 3: Fem här och fyra här. Det blir nio.

Intervjuare: Hur tänkte du när du kom fram till det?

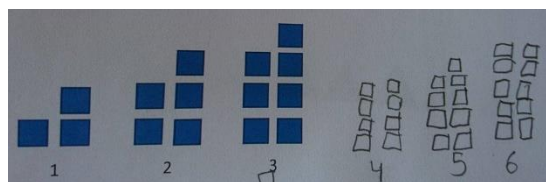
Elev 3: Vi har fem och sen plussar vi fyra till och då blir det nio

Intervjuare: Så här var det åtta och sen nio. Och sen ska jag vara jobbig och fråga om den sjätte figuren

Elev 3: (Ritar tio stycken kvadrater)

Intervjuare: Hur tänkte du?

Elev 3: Jag ritade sex och sen fyra. Eller så kan man tänka fem plus fem



Figur 13, Fortsättning av växande mönster enligt elev 3

Eleven tittade på det tredje elementet för att ta reda på hur det fjärde skulle se ut. Eleven tänkte troligtvis att det skulle vara lika många kvadrater i de olika elementen som dess positionsnummer, plus fyra kvadrater till. Denna strategi har eleven kommit fram till genom en analys av element nummer tre och därmed har en upptäckt av föregående samband gjorts. Eleven har på sätt och vis upptäckt ett sorts numeriskt samband i mönstret. Det som kan vara kritiskt då fokuset endast legat på elementet före, är att det blev svårt att hitta ett konstant samband gällande hela mönstret. Sambandet som har upptäckts i ovanstående exempel gäller exempelvis inte för element nummer ett och två. Eleven har däremot visat en förståelse för att mönstret växer för varje element.

Andra elevkonstateranden tillhörande denna kategori är de som belyser att mönstret växer och att det blir större eller högre, men som inte kan beskriva på vilket sätt mönstret växer, eller vilken konstant ökning som sker inom mönstret. Elever som ritat ett eget växande mönster där det första elementet exempelvis består av en muffins, det andra av en större muffins och ett tredje av en ännu större muffins, visar att de förstått att mönstret ska växa. Däremot har de inte

urskilt att det gör det på ett succesivt sätt. De elever som exempelvis ritar en stjärna i första elementet, två i andra elementet och tre stjärnor i det tredje elementet har däremot visat en förståelse för att mönstret innehåller ett konstant numeriskt samband, vilket nästa kategori handlar om.

Kategori 3, Fokus på växande struktur och ett numeriskt samband

Utmärkande för den här kategorin är att elever i samband med lösning av uppgifterna upptäckt och uttryckt ett regelbundet numeriskt samband som gäller för hela mönstret. De har exempelvis lagt märke till att det växande mönstret i uppgift 3 växer succesivt, med två kvadrater för varje element. De har också upptäckt att det finns ett numeriskt samband, en konstant ökning i uppgift 4. Därtill har det inom kategorin fokuserats på de generella dragen i mönstren.

Utdrag 12 har placerats under denna kategori och berör uppgift 3.

Utdrag 12

Intervjuare: Då tar vi nästa mönster, kan du beskriva det för mig?

Elev 5: Att det är lite där för det är bara tre, sen är det fem och sen sju. Så den är minst av alla dem och sen näst minst och sen störst

Intervjuare: Finns det någon regel i mönstret?

Elev 5: Det blir större och större

Intervjuare: Hur skulle nästa figur se ut?

Elev 5: Nio stycken. För där är det bara tre, sen fem, sen sju... så det är två man ska lägga till hela tiden

Eleven fokuserar på antalet kvadrater i varje element, att de blir fler och fler. Genom detta fokus uppfattar eleven vidare att mönstret har en regelbunden växande struktur eftersom två kvadrater tillkommer för varje element. Eleven har alltså både urskilt ett numeriskt samband samt den växande strukturen i mönstret.

Kommande utdrag berör samma uppgift som ovan. I utdrag 13 har eleven upptäckt ett generellt numeriskt samband. Eleven har lagt märke till att antalet kvadrater i elementens vänsterspalt är enhetligt med positionsnumret nedanför elementen. Något som också uppmärksammats är att elementens högerspalt består av en kvadrat mer, till skillnad från vänsterspalten.

Utdrag 13

Intervjuare: Vad ser du i det här mönstret, finns det någon regel? Kan du beskriva det för mig?

Elev 2: Här står det en (pekar på positionsnumret nedanför det första elementet) och där är det en (pekar på det första elementets vänsterspalt). Där står det två (Pekar på positionsnumret nedanför element nummer två) och

där är det två (pekar på det andra elementets vänsterspalt). Där är det tre och där är det tre. Sen är det en extra på den jämte hela tiden (pekar på elementets högerspalt)

Intervjuare: Okej, så hur skulle den tionde figuren se ut?

Elev 2: Tio i den raden och elva i den andra

Intervjuare: Okej, smart

Eleven har självmant upptäckt relationen mellan elementen och dess positionsnummer. Genom en upptäckt av detta samband kan en slutsats dras om hur det tionde elementet skulle kunna se ut. Eleven har med andra ord upptäckt ett generellt numeriskt samband i mönstret. Denna kunskap gör det möjligt för eleven att kunna förutsäga hur många kvadrater element x skulle kunna innehålla utan att behöva rita upp varje element för sig.

Ytterligare ett exempel på en elevlösning som tillhör denna kategori, och som behandlar uppgift 4 är:

Utdrag 14

Intervjuare: Här har vi ett annat mönster. Här är det någonting som fattas. Vad tror du att man skulle rita in där? Här har du fyra alternativ som du kan kolla på. Vilken av dem passar bäst in tycker du?

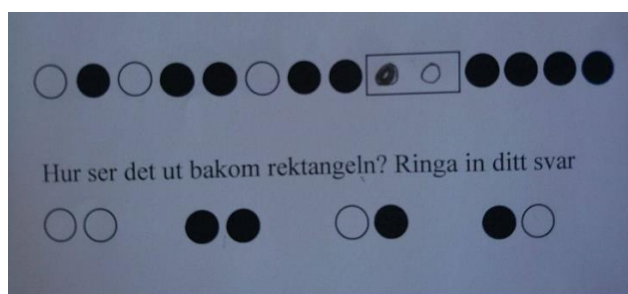
Elev 3: (Pekar på alternativet med den svarta och vita kulan)

Intervjuare: Okej varför tror du det? berätta hur du tänker

Elev 3: För här börjar vi med en vit och en svart, här börjar vi med en vit och två svarta, sen en vit tre svarta och sen fyra svarta

Intervjuare: Okej, och vad är det som händer i mönstret då?

Elev 3: Då blir det ett två tre fyra



Figur 14, Elevexempel

Eleven har lagt märke till den konstanta ökningen när det gäller de svarta kulorna och väljer därmed alternativ nummer fyra. De elever som svarade enligt ovanstående exempel upptäckte inte endast att de svarta kulorna blev fler och fler eller att antalet svarta kulor var fler än antalet vita. De uppmärksammade på vilket sätt mönstret växte och uttryckte detta, det vill säga att det växte med en svart kula. De urskilde också att de vita kulornas antal hölls konstant i mönstret.

Resultatsammanfattning

Utifrån ovanstående resultat följer en kort sammanfattning över vad eleverna i huvudsak lagt fokus på, samt de kritiska aspekter som uppkommit under studiens gång.

Utifrån resultatet kan det konstateras att en del elever fokuserade på de enstaka elementen/delarna i sig i mönstren, medan andra fokuserade på relationen mellan dem. Några elever fokuserade endast på relationen mellan något eller några delar/element i mönstren. De tittade exempelvis på delen eller elementet innan för att hitta ett samband i mönstren, vilket gjorde att de inte såg helheten. Andra elever hade stort fokus på delarnas position. De uppmärksammade exempelvis relationen mellan elementen och dess positionsnummer, samt hur de olika delarna i mönstren var placerade. Något som flertalet elever också urskilde var färg och antal. Eleverna räknade exempelvis delarna i de olika mönstren eller hur många kvadrater de olika elementen innehöll. Vilka av dessa ovanstående saker eleverna fokuserade på, samt på vilket sätt, avgjorde vilken övergripande kategori av uppfattningar de placerades under.

Eftersom kategoriernas uppbyggnad indikerar en progression av kvalitativa uppfattningar, kunde de kritiska aspekterna identifieras utifrån en jämförelse av dessa. Det som kan ses som kritiskt i arbetet med de två mönstertyperna presenteras i form av en punktlista här nedan:

- Kunna identifiera den upprepade delen i ett upprepat mönster
- Fortsätta ett upprepat mönster enligt samma struktur
- Urskilja den växande strukturen i ett växande geometriskt mönster
- Förstå att ett växande geometriskt mönster innehåller ett regelbundet numeriskt samband
- Uppmärksamma sambandet mellan positionsnummer och element i ett växande geometriskt mönster och ta hjälp av detta för att urskilja ett generellt samband.
- Urskilja helheten i ett mönster, inte endast relationen mellan någon eller några delar i mönstret

Diskussion

Diskussionsavsnittet inleds med en metoddiskussion följt av en resultatdiskussion. I metoddiskussionen förs en diskussion kring det metodval som gjorts i studien. Resultatdiskussionen sätter studiens resultat i relation till tidigare forskning och yrkesrollen. Avslutningsvis följer förslag till vidare forskning inom området.

Metoddiskussion

Valet av kvalitativa intervjuer som metod för att samla empiri till studien var passande för studiens syfte. De förbestämda frågorna som ställdes till eleverna och senare följdfrågor bidrog till att en förståelse skapades för deras tankesätt vid lösning av mönsteruppgifterna. Uppfattningen av intervjusituationen var att eleverna kände sig trygga och var villiga att dela med sig av sina tankar. Vilket i sin tur bidrog till att samtalen flöt på bra. Innan eleverna intervjuades tog jag del av teori som handlade om kvalitativa intervjuer som metod. Genom denna förberedelse fick jag goda tips och råd om vad som bör tänkas på inför och under intervjuernas gång. Svårigheten på de uppgifter som valts ut till intervjuerna var lagom, vilket gjorde att de gav upphov till diskussion. Hade inte uppgifternas svårighetsgrad testats genom en utförd testintervju, hade risken till ett val av för enkla eller svåra uppgifter funnits. Tanken var att det skulle finnas en likhet i uppgifterna angående de upprepade mönstren samt de växande mönstren. Detta för att elevernas uppfattningar mellan de två mönstertyperna i efterhand lättare skulle kunna jämföras. Trots det faktum att en testintervju hade utförts, tog intervjuerna längre tid än förväntat. Tanken var att de fem första intervjuerna skulle utföras under en förmiddag och de andra fem nästkommande förmiddag. Eftersom tidsåtgången blev större än tänkt erbjöds jag att stanna kvar på eftermiddagarna, vilket gjorde att alla intervjuer kunde utföras under de två inplanerade tillfällena. Hade inte möjligheten till detta funnits skulle jag fått boka in en tredje dag under samma vecka för att utföra resterande intervjuer. Hade ytterligare en testintervju utförts skulle tidsperspektivet möjligtvis kunnat förutses på ett mer tillförlitligt sätt.

Antal intervjudeltagare i studien var lagom. Det visade sig att tio stycken elevintervjuer gav mättnad för resultatet, vilket för mig var den viktigaste faktorn. Under studiens gång fanns inställningen om att antalet intervjudeltagare kanske skulle behöva utökas, för att få tillgång till mer material. Det sistnämnda blev däremot aldrig nödvändigt. Alla elever som skulle delta i intervjuerna hade möjligheten att göra detta. Därav förekom det inga bortfall.

Huruvida urvalet har påverkat studiens resultat kan diskuteras. De elever som deltog i studien gick i en och samma klass. Hade urvalet av elever gjorts från olika klasser hade resultatet eventuellt sett annorlunda ut. Däremot ser jag inget negativt i det faktum att deltagarna i studien valdes ut från samma klass. Sammansättningen av en elevgrupp är aldrig homogen, utan eleverna besitter olika individuella erfarenheter. Därav anser jag inte att det spelade någon betydande roll för resultatet med tanke på mitt syfte, om deltagarna valts ut från en eller flera klasser. Återigen var resultatets mättnad av störst vikt för studien, med andra ord spelade det ingen större roll om deltagarna gick i samma klass så länge ovanstående ändamål var uppfyllt. Urvalet av elever kan ha haft en inverkan på resultatet av studien. Det strategiska urvalet av elever som tänker olika eller utanför ramarna, kan ha bidragit till att resultatet innefattade en stor mängd olika tolkningar, särskilt kring de växande mönstren. Detta var positivt för studiens resultat, eftersom syftet med ett strategiskt urval var att maximera sannolikheten för variation. Hade istället ett slumpmässigt urval gjorts hade möjligtvis elevernas sätt att erfaras uppgifterna inte skilt sig åt i lika stor grad. Eftersom elevernas sätt att lösa uppgifterna skilde sig åt på många sätt, var det svårt att kategorisera materialet. Analysprocessen tog därför lång tid. Efter en noggrann sådan kunde elevsvaren efterhand placeras in i ett antal övergripande kategorier. De två frågorna: Vad fokuserar eleverna på när de löser en uppgift? och hur ger de uttryck för det? vilka jag ställde till mig själv under analysen hjälpte mig att hålla fast vid samt koncentrera mig på syftet. Färgkodningen som användes under analysprocessen underlättade till att hitta skillnader och likheter vad gäller elevernas olika uppfattningar. Något som också påverkade både analysprocessen och resultatet positivt var loggboksförandet under intervjuerna. Hade inte anteckningar förts under varje intervju kunde viktig information uteblivit, då eleverna ofta använde sitt kroppsspråk till att förstärka det sagda. Det kan tänkas att loggboksförandet också skulle kunna föra med sig nackdelar. Exempelvis att eleverna skulle känna sig hämmade då de såg att anteckningar gjordes i samband med att de uttryckt något. Därav försökte jag i största mån att göra så korta anteckningar som möjligt under intervjuernas gång och förtydliga dessa i efterhand då intervjuerna var över. Loggboksförandet kompletterade ljudinspelningarna på ett bra sätt. En fundering som däremot uppkommit är om användandet av videofilmning hade gjort materialet mer lättanalyserat. Detta är svårt att ta ställning till i efterhand. Det finns som nämnts under rubriken tillvägagångssätt både för och nackdelar med videofilmning. Det kan hända att metoden skulle varit en hjälp vid analystillfället, eftersom en film synliggör detaljer i elevens kroppsspråk som annars är svårupptäckta. Däremot kan det tänkas att den öppna dialogen med eleverna hade hämmats om filmning av intervjuerna hade pågått. Detta hade i sin tur kunnat påverka studiens tillförlitlighet.

Eftersom intervjuerna resulterade i en stor mängd material kan jag i efterhand konstatera att det hade räckt att fokusera på endast en mönstertyp istället för två. Skulle en studie likt denna utföras igen hade därför en tydligare avgränsning tillämpats. Däremot skiljde sig elevernas uppfattningar om de upprepade mönstren inte sig åt i lika stor omfattning och därav blev materialet hanterbart i relation till tiden.

Något som funderats över är om mina egna erfarenheter har påverkat tolkningen av den empiriska datan. Möjligheten finns, då det i princip är omöjligt att ställa sig utanför sin egen erfarenhet. En tanke som slagit mig är om jag genom elevernas kroppsspråk undermedvetet tolkat och förstått saker i deras uppfattningar som de inte uttryckt och som de egentligen inte haft en förståelse för. I syfte att minimera risken för detta var jag var noggrann med att fråga hur de tänkte och bad dem förtydliga en extra gång, då jag inte förstod deras resonemang första gången. Å andra sidan har erfarenheterna och kunskaperna om de olika mönstertyperna varit till hjälp, då de bidragit till att relevanta frågor ställts under intervjuernas gång och att passande uppgifter valts ut.

Resultatdiskussion

Resultatet visar att elever kan uppfatta upprepade samt växande mönster på många olika sätt. I resultatet har dessa olika skilda sätt av uppfattningar försökt belysas så att yrkesverksamma och blivande lärare kan skapa en förståelse för vad som kan vara kritiskt vid arbetet med de olika mönstertyperna. När kännedom för detta skapas, leder det i sin tur till en förståelse för vad som bör tydliggöras i undervisningen och vad som är av vikt att synliggöra vid arbetet med mönster.

En kritisk aspekt som framkom i resultatet och som också lyfts fram av Mulligan och Mitchelmore (2009) är att elever kan ha svårt att uppfatta strukturen och helheten i ett mönster. I föreliggande studie hade ett antal elever svårt att uppfatta den växande strukturen i de växande geometriska mönstren. Istället såg de elementen i mönstret som separata delar som kunde flyttas runt och byggas ihop på olika vis. När det gäller de upprepade mönstren hade eleverna däremot lättare för att upptäcka den upprepade strukturen. Detta blev tydligt då eleverna i uppgift 2 och uppgift 4 skulle fylla i vilken del som fattades i det upprepade respektive växande mönstret. Resultatet i studien belyser i likhet med Warren (2005) att elever har lättare för att uppfatta upprepade mönster på ett korrekt sätt än de växande. Orsaken till detta, som tidigare har lyfts fram i bakgrunden kan vara att elever oftare kommer i kontakt med de upprepade mönstren (Warren, 2005). Resultatet i denna studie styrker föregående påstående. De upprepade mönstren tycktes vara mer lättförståeliga, och eleverna hade inte lika svårt att hitta ett samband i dessa i

jämförelse med de växande geometriska mönstren. Utifrån egen erfarenhet från fyra verksamhetsförlagda utbildningar, förefaller det vara betydligt vanligare med upprepade mönster än med växande när det gäller arbetet i årskurserna F-3. Enligt min uppfattning är de upprepande mönstren även övervägande i de läromedel som använts i dessa årskurser. Därmed kan det vara så att lärare missar att lyfta fram de växande mönstren och vikten av dem i undervisningen. En annan faktor kan vara att lärarutbildningen inte tar upp vikten av arbete med olika mönstertyper, vilket får som följd att lärare i sin undervisning lägger fokus på det som är vanligast förekommande i läromedlen. Detta indikerar en brist vad gäller lärares matematikkunskaper. De kanske inte besitter någon kunskap om att det finns olika mönstertyper som bör arbetas med. I läroplanen står det inte uttryckligen vilka mönstertyper som ska behandlas i undervisningen. Arbetet med mönster lyfts upp under rubriken algebra i kursplanen för matematik och under det centrala innehållet står det bland annat att eleverna ska få konstruera, uttrycka och beskriva enkla geometriska mönster (Skolverket, 2016). Däremot ser jag det som en fördel att lyfta fram och belysa olika mönstertyper så att eleverna bekantar sig med dem och får möjlighet till att jämföra dem. Det faktum att eleverna hade lättare för att skapa en förståelse för de upprepade mönstren kan också bero på andra faktorer, till exempel uppgifternas utformning. Kanske var det så att uppgifterna relaterade till de upprepade mönstren inte var lika komplexa som uppgifterna till de växande geometriska mönstren.

Något som framkom i studiens resultat i form av en kritisk aspekt var att hitta ett samband mellan positionsnummer och element i de växande geometriska mönstren. Studiens resultat samt Markworth (2012) belyser att det är viktigt att lyfta fram positionsnumrens innebörd vid arbetet med växande geometriska mönster. Elever kan med hjälp av dessa lättare upptäcka ett generellt samband i mönstret, men det kan också vara kritiskt för elever att uppfatta positionsnumren på ett sätt som underlättar för dem. Det var få elever som självmant la märke till dessa och använde dem till hjälp för att hitta ett samband i mönstret. I utdrag 8 samt utdrag 13 ser vi skillnaden på hur olika elever kan uppfatta positionsnumren och vilka följder det får. Utdrag 13 är ett typiskt exempel på hur positionsnumren kan tas till hjälp för att hitta ett generellt samband i mönstret, medan utdrag 8 visar på hur numren kan förvirra eleverna och få dem att fokusera på annat än att hitta ett helhetssamband i mönstret. I undervisningen måste lärare därför synliggöra vikten av positionsnumren och hjälpa eleverna uppfatta dem på ett sätt som underlättar till att hitta ett generellt samband och en generell regel i mönstret. Detta kan exempelvis göras genom att ställa frågor till eleverna som riktar uppmärksamhet och fokus mot dessa samband. Läraren kan exempelvis fråga om eleven ser något gemensamt mellan

positionsnumren och de olika elementen eller om eleven på något sätt kan ta hjälp av dem för att veta hur nästa element, eller elementen ännu längre fram i mönstret kan se ut.

Erfarandet av mönster enligt de olika kategorierna i studiens resultat kan liknas vid olika nivåer. Det ska understrykas att studien är inspirerad av fenomenografi och att syftet inte var att se vad eleverna kunde och inte kunde, utan på vilka olika sätt eleverna uppfattade de två mönstertyperna. I analysen framkom däremot att en del elever tog vara på mer eller mindre särdrag i mönstren. Därav kan kategorierna ses som hierarkiskt uppbyggda. Det har däremot inte lagts någon vikt på hur många elever som erfar mönstren på det ena eller andra sättet, utan fokus låg istället på att få en förståelse för vilka kritiska aspekter som kunde identifieras. I studien har ett antal huvudkategorier skapats. Inom dessa kategorier fanns det ytterligare skillnader och likheter mellan elevernas erfarenheter av de olika mönsteruppgifterna. Det kan därför diskuteras huruvida dessa skillnader hade kunnat utmynna i nya kategorier av uppfattningar. I resultatet nöjde jag mig med att ta vara på och fokusera på de stora skillnaderna och beskriva resterande skillnader och likheter inom varje kategori.

En fundering som uppkommit är om några aspekter är viktigare än andra att lägga märke till när det gäller arbetet med mönster. Hargreaves et al. (1998) påpekar att en central del inom matematiken är att kunna utföra generaliseringar och att mönsterarbetet kan hjälpa elever till att utveckla ett algebraiskt tänkande. En kritisk aspekt i samband med de växande mönstren var att kunna göra generaliseringar, eller i vart fall se generella drag i mönstren. Därav kan denna aspekt ses som grundläggande för eleverna att urskilja, för att arbetet med mönster ska gynna dem till att skapa en förståelse för den mer komplexa algebran. För att eleverna ska kunna utföra en generalisering eller hitta en specifik regel i ett växande mönster måste de också uppmärksamma att det innehåller ett regelbundet numeriskt samband. Därav kan det konstateras att även detta är en viktig aspekt att urskilja. Utifrån resultatet syns det att elever i en del fall hittar ett sorts numeriskt samband i någon eller några delar i mönstret. Eleverna är därmed på god väg och förstår att mönstren på något sätt består av ett matematiskt samband. I dessa fall är det viktigt att rikta elevens uppmärksamhet mot hela mönstret. Exempelvis låta eleven titta på om det samband som hittats stämmer för alla element. På så sätt kan eleven upptäcka att så inte är fallet och kan sålunda försöka hitta ett annat.

Något som tyder på att elever har svårt för att hitta generella drag i ett mönster, är att det uppstår svårigheter för dem när de ska förutse hur ett element en bit fram i mönstret skulle kunna se ut. De elever som har hittat ett numeriskt samband eller som har hittat ett generellt samband genom positionsnumrens hjälp, kan däremot lista ut hur exempelvis element nummer 10 i mönstret

skulle kunna se ut. Beroende på vad för sorts samband eleverna hittat i mönstret använder de sig också av olika strategier när det gäller att förutsäga hur element nummer 10 skulle kunna se ut, och hur många kvadrater det skulle innehålla. En del elever ritat exempelvis upp varje element för sig upp till det tionde elementet. Dessa elever har hittat ett generellt drag eller ett regelbundet numeriskt samband i mönstret, men inte ett samband eller en generell regel som gör det möjligt att förutsäga vilket element som helst i mönstret. Eleverna behöver använda ritandet som stöd, vilket gör strategin ohållbar i längden, exempelvis då eleven ska förutsäga hur ett element väldigt långt fram i mönstret skulle se ut. Andra elever som hittat sambandet mellan positionsnummer och element kan förutsäga direkt hur element nummer x skulle se ut, utan att behöva rita upp alla föregående element. Denna strategin kan alltså ses som mer hållbar.

Något som kan tänkas vara kritiskt, är att en del elever ser mönstren mer som estetiska mönster än matematiska mönster. Med estetiska mönster menar jag att eleverna inte urskiljer något som har med matematik att göra i mönstren, de ser inte att de växande mönstren växer eller att de upprepade mönstren upprepas. De ser med andra ord inte att mönstret har ett mönster i sig. Istället riktar de uppmärksamheten mot annat, exempelvis delarnas utseende, färg och form. I detta fall är det också viktigt att ställa frågor till eleverna som riktar uppmärksamheten mot det matematiska i mönstren, exempelvis regelbundenheten eller strukturen i mönstren. Lärare bör hjälpa elever att upptäcka de matematiska samband som mönsteruppgifterna erbjuder.

Något som inte får glömmas bort är att alla elever är olika och behöver olika utmaningar. En del elever har svårt att se en struktur eller helhet i mönstret medan andra lägger märke till detta direkt. Andra elever kan föra matematiska resonemang och göra generaliseringar. Det som ska lyftas fram är att alla elever ser något sorts samband i mönstren, men gör detta på olika sätt. Lärare bör använda sig av mönsteruppgifter som utmanar eleverna individuellt. Uppgifter som varken är för svåra eller lätta och som utgör en grund för matematiskt tänkande. Målet bör vara att alla elever efter en tid kan se det generella i mönstren.

Resultatet visar att elever i årskurs 1 kan uppfatta mönster på ett matematiskt sätt. De kan se samband mellan de olika delarna i mönstren och också upptäcka numeriska samt generella samband. Den kunskapen eleverna redan i tidig ålder visar om mönster förespråkar enligt mig att arbetet med mönster ska tas vara på i de tidiga årskurserna. De kritiska aspekter som framkommit visar vad som är viktigt att lyfta fram på olika sätt vid arbetet med upprepande och växande geometriska mönster. Utifrån punktlistan kan lärare fundera över hur dessa kritiska aspekter kan framhävas i undervisningen.

Idéer om fortsatt forskning

Efter utförd studie har nya tankar väckts kring andra områden som skulle vara intressanta att forska om. Något som är av intresse är att undersöka lärares perspektiv när det gäller arbete med mönster. Det skulle vara spännande att se hur lärare i årskurserna F-3 anser att undervisningen om mönster bör läggas upp, samt vilka kunskaper de har om mönster i stort. Därtill skulle det vara intressant att låta lärare lösa ett antal mönsteruppgifter, för att se hur de tänker kring dessa och höra deras resonemang om vilka förmågor som är viktiga att belysa i undervisningen. Dessa resonemang skulle sedan kunna jämföras med vad tidigare forskning belyser som viktigt. Ytterligare en ide som skulle vara intressant att verkställa är att tillsammans med en lärare, utföra en studie med variationsteorin som grund om de två mönstertyperna, för testa de kritiska aspekterna i undervisningen. Är de kritiska aspekter som identifierats i studien fortfarande kritiska? och hur kan undervisningen designas för att elever ska utveckla kunskaper om växande samt upprepade mönster är frågor som skulle vara intressanta att besvara. Genom en sådan studie skulle därmed ytterligare kritiska aspekter kunna identifieras, den här gången i ett undervisningssammanhang.

Referenslista

- Ahlström, R., Bergius, B., Emanuelsson, G., Emanuelsson, L., Holmquist, M., Rystedt, E., & Wallby, K. (1996). *Matematik- ett kommunikationsämne*. Göteborg: Nämnaren.
- Axelsson, J. & Debreceni, H. (2016). *Mönster inom algebra: Med inriktning mot årskurs F-3*. Examensarbete, Jönköpings universitet, Högskolan för lärande och kommunikation. Hämtad från: <http://hj.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A975035&dswid=1829>.
- Berglund, L. (2009). *Tal och mönster*. Lund: Studentlitteratur.
- Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. Göteborg: Göteborgs universitet.
- Denscombe, M. (2014). *Forskningshandboken- för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna*. Lund: Studentlitteratur.
- Ekdahl, A.-L. (2014). *Upprepade mönster*. Skolverket (Matematiklyftet).
- Ekdahl, A.-L. (2012). *Elevens skilda sätt att erfara talmönster- en studie av eleven i årskurs 3 och 4*. Hämtad från: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:552403/FULLTEXT01.pdf>
- Eklund, G. (2012). *Intervju som datainsamlingsmetod*. Hämtad från: <https://www.vasa.abo.fi/users/geklund/PDF/Intervjuer.pdf>
- Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. & Threlfall, J. (1998). Children's Strategies with Number Patterns. *Educational Studies*, 24 (3), 315-331, doi: 10.1080/0305569980240305
- Heiberg Solem, I., Alseth, B. & Nordberg, G. (2011). *Tal och tanke*. Lund: Studentlitteratur.
- Hedin, A & Martin, C. (2011). *En liten lathund om kvalitativ metod med tonvikt på intervju*. Hämtad 13 april, 2017, från: <https://studentportalen.uu.se/portal/portal/uusp/student/filearea?uusp.portalpage=true&entityId=88018&toolAttachmentId=108197&toolMode=studentUse&mode=filearea108197>
- Karlsson, N. & Kilborn, W. (2015). *Matematikdidaktik i praktiken - att undervisa i årskurs 1-6*. Malmö: Gleerups.
- Kerekes, K. (2014). *Undervisning om växande mönster: En variationsteoretisk studie om hur lärare behandlar ett matematiskt innehåll på mellanstadiet*. (Licenciatavhandling, Linköpings universitet, Institutionen för beteendevetenskap och lärande). Hämtad från: <http://liu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A790155&dswid=-7088>
- Kling, L-A. (2016). *Algebra, ett meningslöst manipulerande av symboler?* Hämtad 10 april, 2017, från: <http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/amnenomraden/matematik/undervisning/algebra-1.181962>

Kroksmark, T. (2007). *Fenomenografisk didaktik- en didaktisk möjlighet*. Doktorsavhandling, Göteborg Studies in Educational Research, 63.

Kvale, S., Brinkmann, S. (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.

Lee, L., & Freiman, V. (2006). Developing Algebraic Thinking through Pattern Exploration. *National Council of Teachers of Mathematics*. (Research Report No. 9). Hämtad från: <https://eric-ed-gov.proxy.library.ju.se/?q=EJ765636&id=EJ765636>

Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problemes in Mathematics*, 26 (3), 24-42.

Markworth, K. (2010). *Growing and growing: promoting functional thinking with geometric growing patterns*. (Doctor dissertation, University of North Carolina). Hämtad från:

<https://cdr.lib.unc.edu/indexablecontent/uuid:78d8dd0e-ce9e-4fa5-82f8-a38a89cdff08>

Markworth, K. (2012). Seeing beyond counting. *Teaching children mathematics*, 19 (4), 254-262.

Mulligan, J. & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, 21 (2), 33-49.

Skolverket. (2011). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2016). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011, Lgr 11. Reviderad 2016*. Stockholm: Skolverket.

Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. I P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Red.), *Building connections: Research, Theory and Practice: Proceedings of the annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, held at RMIT in Melbourne*, s. 759-766. Sydney: MERGA.

Warren, E. & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11 (1), 9-14.

Warren, E. & Cooper, T. (2007). Generalization the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educ Stud Math* 67, 171–185. doi: 10.1007/s10649-007-9092-2

Warren, E., Miller, & Cooper, T. (2012). Repeating patterns: Strategies to assist young students to generalise the mathematical structure. *Australasian Journal of Early Childhood*, 37 (3), 111-12

Bilaga

Till målsman för:

Hej!

Mitt namn är Hanna Debrececi och jag läser sista terminen på lärarprogrammet på Jönköpings universitet. Under denna termin skriver jag mitt examensarbete om matematiska mönster. Mitt syfte är att genom intervjuer ta reda på elevers olika uppfattningar om mönster inom matematiken, för att lära mig mer om hur de tänker och vilka olika strategier de använder när de löser mönsteruppgifter. Jag undrar därför om jag får lov att intervjua Ert barn. Delar av intervjuerna kommer att återges i arbetet, men varken skolan eller elevens namn kommer att skrivas ut.

Ja, jag ger min tillåtelse till att mitt barn deltar i intervjun

Nej, mitt barn tillåts inte att delta i intervjun

Målsmans underskrift
