JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Van Hiele´s teori

- En litteraturstudie om elevers lärande och geometriundervisning utifrån van Hiele´s teori

Kurs: *Självständigt arbete för grundlärare F-3, 15 hp*
Program: *Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i förskoleklass och grundskolans årskurs 1-3*
Författare: *Amanda Fredriksson & Josefin Ek*
Handledare: *Pernilla Mårtensson*
Examinator: *Annica Otterborg*
Termin: *Vårterminen 2017*

JÖNKÖPING UNIVERSITY
School of Education and Communication

Självständigt arbete, 15 hp
Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i förskoleklass och grundskolans årskurs 1-3
Termin 6

SAMMANFATTNING

Amanda Fredriksson & Josefin Ek

Van Hiele´s teori. En litteraturstudie om elevers lärande och geometriundervisning utifrån van Hiele´s teori.
The theory of van Hiele. A literature study about students learning and geometry teaching based on van Hiele´s theory.

Antal sidor: 25

Ämnesområdet för litteraturstudien är matematik, mer specificerat mot området geometri, gällande elevers lärande om geometriska figurer utifrån van Hiele´s teori. Det finns flera problemområden inom matematik, ett av dem är elevers svårigheter att benämna geometriska figurer och dess egenskaper med korrekt terminologi. Elevers matematiska språk och erfarenheter anses idag vara influerat av vardagligt språk, exempelvis benämns fyrhörning frekvent som fyrkant. Därför är syftet med vår litteraturstudie att klargöra relationen mellan undervisning gällande geometriska figurer och elevers lärande, utifrån van Hiele´s teori. Genomförande av denna litteraturstudie har gjorts genom analys av vetenskapliga publikationer i form av doktorsavhandlingar, forskningsartiklar och en antologi. Publikationerna som använts har hittats i databaserna ERIC och Google Scholar. Analys har gjorts med hjälp av en analysmall för att synliggöra likheter och skillnader som framgick mellan publikationerna. Urvalet som gjorts har baserats på våra frågeställningar. Genom denna litteraturstudie har vi konstaterat att van Hiele´s teori består av fem tankenivåer. Varje nivå uppnås successivt genom en stegvis progression. Progressionen har sin utgångspunkt i det konkreta och strävar mot det abstrakta. Inom van Hiele´s teori har språket en väsentlig roll och lärandet sker i en social kontext. Laboration och konkret material används som medel för att nå nästkommande nivå. En god begreppsförståelse är utvecklad när elever har nått abstraktion, vilket gör att konkret material inte behöver tillämpas mer. Vår slutsats är, inom geometriundervisning måste det finnas en progression från konkret till abstrakt, för att elever ska kunna utveckla god begreppsförståelse. Det finns möjligheter att tillämpa van Hiele´s teori i praktiken, eftersom den kan användas som både undervisningsmetod med hjälp av stöttande faser och som verktyg för bedömning. Van Hiele´s teori kan ge både elever och lärare möjligheter att utveckla matematiska kunskaper inom området geometri och därför anser vi van Hiele´s teori som relevant inför vårt kommande yrke som lärare.

Sökord: van Hiele´s tankenivåer, geometriundervisning, språkets betydelse, van Hiele´s teori, elevers lärande

Innehållsförteckning

1. Inledning

Inom matematiken finns flera problematiska områden för elever, ett av dessa områden är geometri. Elever har från tidig ålder svårt att benämna geometriska figurers egenskaper, exempelvis hörn och sida, samt benämna figurer med korrekt terminologi. Det matematiska språket influeras av vardagsspråket på grund av bristande kunskaper (Löwing & Kilborn, 2011, s. 187). Exempelvis har vi reflekterat kring att det är vanligt förekommande att en fyrhörning benämns som en fyrkant. Under vår verksamhetsförlagda utbildning synliggjordes detta då både elever och lärare benämnde månghörningar inkorrekt samt blandade ihop dess egenskaper.

En tänkbar anledning till denna problematik är lärares bristande didaktiska- och ämneskunskaper inom geometri, att det inte finns ett intressant, konkret eller hållbart sätt att undervisa geometri på, eller att geometriundervisning oavsett årskurs ser ungefär likadan ut. Dessutom har elever kanske inte fått tillräckligt med tillfällen att laborera för att utveckla begreppsförståelse. Detta resulterar i att elever saknar korrekt terminologi och förståelse i de äldre årskurserna, och kan därmed inte gå från det konkreta till det abstrakta, vilket innebär att gå från igenkännande till abstrakt analys (Löwing & Kilborn, 2011, s. 187).

Problematiken synliggörs även i statistik från PISA- undersökningar. Inom kategorin rum och form, vilket innefattar geometri och egenskaper hos geometriska objekt, placeras svenska elever under OECD-genomsnittet. Genomsnittet för 15-åriga elever i Sverige motsvarar 478 poäng inom matematikskalan gällande rum och form medan OECD-genomsnittet motsvarar 494 poäng (Skolverket, 2013, s. 59).

Utifrån resonemang om denna problematik har vi därför i vår litteraturstudie valt att undersöka hur geometriundervisning kan genomföras kring tvådimensionella geometriska figurers specifika och generella egenskaper relaterat till van Hiele’s teori. För att genomföra det använder vi material bestående av elva publikationer, som innefattar doktorsavhandlingar, en antologi och forskningsartiklar skrivna inom relevant forskningsområde. Fokus för vår litteraturstudie baseras på den didaktiska frågan hur. Vår utgångspunkt är elevers lärande.

2. Syfte

Syftet med vår litteraturstudie är att klargöra relationen mellan undervisning gällande geometriska figurer och elevers lärande, utifrån van Hiele´s teori.

Detta syfte vill vi uppnå genom att besvara följande frågor:

- Vad innebär van Hiele's teori?
- Hur förklaras elevers lärande utifrån van Hiele´s teori?
- Vad är teorin baserad på?
- Hur kan teorin tillämpas i geometriundervisning?

3. Bakgrund

3.1 Praktiska och teoretiska aspekter inom geometriundervisning

Elever förtrogna med geometri innebär att de inte stannar kvar på den konkreta nivån, vilket enbart innefattar att benämna figurer och kunna dess egenskaper. Elever ska istället, genom en progression, övergå till en abstrakt nivå, vilket innefattar att analysera, diskutera och synliggöra innebörds relationer och skillnader mellan geometriska figurer (Löwing & Kilborn, 2011, s. 189-191).

Det innebär att undervisning successivt ska bygga upp elevers förståelse för begrepp genom att gå från det konkreta till det abstrakta. Undervisning bör börja med grundläggande egenskaper, exempelvis sida och hörn, för att sedan gå in på mer komplexa egenskaper, exempelvis vinklar. När elever tillägnat sig olika konkreta egenskaper bör de börja jämföra och resonera om likheter och skillnader mellan olika geometriska figurer. När detta sker bör en variation av geometriska figurer finnas, för att undvika att elever inte ser gemensamma egenskaper hos exempelvis kvadrater och rektanglar. Elever ska få laborera med geometriska figurer för att begreppsbildning ska ske (Löwing & Kilborn, 2011, s. 189-191). I vardagen sorterar och kategoriserar vi omedvetet. Sortering av föremål utifrån olika kategorier görs för att skapa struktur och ordning, vilket kan utgöra en utgångspunkt i geometriundervisning (Heiberg-Solem, Alseth & Nordberg, 2011, s. 217).

Precis som Löwing och Kilborn (2011, s.189-191) belyser Heiberg-Solem, Alseth & Nordberg (2011, s. 217) vikten av att laborera, känna och resonera samt sortera geometriska figurer utifrån dess egenskaper för att utveckla begreppsförståelse. Under laboration bör elever få ställa frågor och anknyta varandras svar och resonemang utifrån egna erfarenheter. Föregående innebär att lärande sker i social kontext, samt att undervisning går från det generella till det specifika, från egenskaper till korrekta benämningar. Det kallas klassificering att sorteringar görs utifrån likheter och skillnader gällande geometriska figurers egenskaper (Heiberg-Solem, Alseth & Nordberg, 2011, s.218-235). Syftet skiljer sig med denna laboration jämfört med laborationer som beskrivs i kursplanen. I kursplanen innebär laboration användning av olika uttrycksformer, vilket ska leda till fördjupad begreppsförståelse (Skolverket, 2016a, s. 9).

3.2 Introduktion till van Hiele's teori

Inom van Hiele´s teori innebär praktiska och konkreta aspekter att plockmaterial finns att tillgå, elever kan känna igen och benämna fåtal figurer med hjälp av få egenskaper. Med abstrakta och teoretiska aspekter menas att elever kan skapa visuella bilder i tanken. Elever kan se likheter och skillnader mellan olika geometriska figurer samt förstå grunden till geometriska figurers definitioner. Exempelvis kan elever resonera kring varför en kvadrat är en rektangel utan tillämpning av konkret material. Van Hiele´s teori innebär att elever med utgångspunkt i det konkreta, genom en progression, går till det abstrakta. Det sker genom att visualisera och analysera deduktivt (Löwing, 2011, s. 254). Med deduktiv analys menas att elever organiserar figurer utifrån generella egenskaper till specifika benämningar. Elever lär varför geometriska figurer fått sina benämningar, vilket leder till utvecklad begreppsförståelse. En utvecklad begreppsförståelse innebär att elever är förtrogna med att beskriva figurers egenskaper och samband mellan olika geometriska figurer (Löwing, 2011, s. 256).

> ”Den underliggande tanken är att ett geometriskt problem kan beskrivas, uppfattas och lösas på olika komplexitetsnivåer och att elever, efter hand som de behärskar en nivå kan byta upp sig till, och arbeta på, en högre och mer formell nivå” (Löwing, 2011, s. 174).

Citatet belyser att varje nivå i van Hiele's teori innebär analys av geometriska figurer, dock på olika komplexitetsnivåer. Utgångspunkt bör vara i det konkreta för att övergå till det abstrakta. Elever lär genom de olika nivåerna, samt vad begrepp definieras av innan olika benämningar införs (Löwing, 2011, s. 177).

3.3 Ämnesområdet enligt våra styrdokument

Enligt centralt innehåll ska undervisning behandla grundläggande geometriska objekt, vilket innefattar både endimensionella, tvådimensionella och tredimensionella objekt exempelvis linje, fyrhörning och rätblock (Skolverket, 2016b, s. 3). Dock ligger vårt fokus enbart på tvådimensionella figurer, men teorin kan tillämpas inom flera matematiska områden. De figurer elever möter i geometriundervisning bör vara elevnära, vilket innebär att de kan återfinnas i vardagen. Genom att resonera kring likheter samt skillnader mellan olika geometriska figurer blir elever förtrogna med begreppens innebörd och benämningar

(Skolverket, 2016b, s. 19).

Kunskapskrav åk 3:

> Eleven kan beskriva begreppens egenskaper med hjälp av symboler och konkret material eller bilder. Eleven kan även ge exempel på hur några begrepp relaterar till varandra. Dessutom kan eleven använda grundläggande geometriska begrepp och vanliga lägesord för att beskriva geometriska objekts egenskaper, läge och inbördes relationer (Skolverket, 2016b, s. 60)

Kunskapskrav åk 6 (betyg A):

> Eleven har mycket goda kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i nya sammanhang på ett väl fungerande sätt. Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett väl fungerande sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra välutvecklade resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra (Skolverket, 2016b, s. 62).

Kunskapskrav åk 9 (betyg A):

> Eleven har mycket goda kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i nya sammanhang på ett väl fungerande sätt. Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett väl fungerande sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra välutvecklade resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra (Skolverket, 2016b, s. 64).

Enligt kunskapskrav för årskurs 3 framgår att elever bör kunna beskriva begrepps egenskaper och inbördes relationer med hjälp av olika uttrycksformer (Skolverket, 2016b, s. 60). I årskurs 6 ska elever besitta goda kunskaper om matematiska begrepp, vilket innefattar att beskriva dem på olika sätt, genom att växla mellan olika uttrycksformer (Skolverket, 2016b s. 61). Användning av olika uttrycksformer kan leda till fördjupning av matematiska begrepp (Skolverket, 2016a, s. 9). Elever ska dessutom föra välutvecklade resonemang kring inbördes relationer (Skolverket, 2016b, s. 62). Inbördes relationer innebär att elever ser likheter och skillnader mellan figurer (Skolverket, 2016a, s. 10).

I kursplanen för matematik framgår att kunskapskrav för årskurs 6, om matematiska begrepp är synonymt med årskurs 9. Dock framgår i kommentarmaterialet att det är analys av antalet figurer som skiljer sig åt mellan årskurs 3 och årskurs 6. I årskurs 9 skall analys av obegränsat antal figurer genomföras (Skolverket, 2016a, s. 19).

4. Metod

4.1 Val av söktjänst

För att hitta användbart material till vår litteraturstudie har vi valt att använda söktjänsterna ERIC och Google Scholar. Vi anser att dessa databaser är strukturerade, varierade och tydliga jämfört med exempelvis Swepub, som vi anser komplicerad eftersom endast svenska publikationer fanns att tillgå. Det krävde ytterligare komprimering av sökord och fraser. Användandet av ERIC som söktjänst anser vi tillförlitlig, eftersom Peer Review kan väljas, vilket gör att materialet är granskat och innehållet är av vetenskaplig kvalité. I Google Scholar kan inte Peer Review väljas, därför anser vi den mindre tillförlitlig än ERIC. Google Scholar är en databas som är enkel att göra sökningar i, dock resulterar sökningarna ofta i många träffar.

4.2 Sökningar och tillvägagångssätt

Sökprocessen (bilaga 2) började genom en generell sökning gällande allt som berör området geometri. Vi sökte på *Geometry education* AND children**, vilket resulterade i 330 träffar. Inom dessa träffar hittades Dindyal (2015). Kedjesökning ur publikationen gjordes för att hitta ytterligare material. Genom kedjesökningen hittades Clements (1998), Crowley (1987) och van Hiele (1986). Vi valde att kedjesöka ur van Hiele (1986) och Burger & Shaughnessy (1986) hittades. Publikationerna som inkluderats har valts genom jämförelse mellan syfte och frågeställningar med publikationernas abstract.

Nästkommande sökfras var *Geometry shapes* AND children**. Sökfrasen resulterade i 62 träffar. Omfånget bestod mestadels av idéer och planeringar för undervisning. Vidare resonerade vi hur vi kunde specificera vår sökning ytterligare och sökte då följande, *Geometry shapes* AND pupils**, vilket gav 3 träffar. I träffarna hittades en publikation skriven av Marchis (2012). I referenslistan fanns Crowley (1987) och därför ansåg vi källan tillförlitlig och användbar för vår studie.

I första sökningen återkom van Hiele's teori i ett flertal publikationer. Dessutom var vi bekanta med van Hiele´s teori sedan tidigare, då vi mött den i kurslitteratur. Vår nästa sökning blev därför, *Van Hiele**, vilket resulterade i 86 träffar. Genom läsning av ett antal abstract kopplat till syfte och frågeställningar hittades Assuah (2010), och Clements (1998) återkom.

En sista sökning i ERIC gjordes med sökfrasen *Mathematics education** AND *van Hiele**, vilket gav 74 träffar. Vid denna sökning hittades Teppo (1991), Breyfogle & Lynch (2010), Marchis (2012) och Burger & Shaughnessy (1986).

För att tillgå ytterligare material gjorde vi en sökning i Google Scholar. Följande sökfras användes, *The van Hiele* AND Geometric thinking**, vilket resulterade i 5350 träffar. Inom de första träffarna hittades Vojkuvkova (2012). Urvalet baserades som tidigare nämnt utefter syfte och frågeställningar.

Slutligen sökte vi antologier i Jönköpings Universitetsbiblioteket, vilket resulterade i att Hedrén (1992) hittades.

4.3 Inklusionskriterier och urval

Vårt datamaterial består av elva publikationer (tabell 1). Materialet och dess innehåll som väljs ska vara varierat och väsentligt för vårt syfte. Publikationstypernas innehåll ska vara representativa av van Hiele´s teori och dess tillämpning i praktiken samt vad teorin baseras på. Föregående gäller också för frågeställningarna. Frågeställningarna ska besvaras i publikationernas innehåll. De publikationer som inte uppfyllde inklusionskriterierna valdes bort.

Eftersom litteraturstudien ska ha ett internationellt perspektiv, är det ett kriterium i vårt val av material. För ytterligare variation av publikationer inkluderas både äldre och nyare källor, samt publikationer som beskrev van Hiele´s teori övergripande eller detaljerat.

Tabell 1: Tabellen synliggör inkluderade publikationer.

Författare	Årtal	Titel	Publikation
Breyfogle & Lynch	2010	*Van Hiele Revisited. Mathematics Teaching in the Middle School, Vol. 16, No. 4.*	Forskningsartikel
Burger & Shaughnessy	1986	*Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry.*	Forskningsartikel
Assuah	2010	*Student and Teacher Perceptions of Teacher Oral communication Behavior in Algebra and Geometry Classrooms.*	Doktorsavhandling
Clements	1998	*Geometric and spatial Thinking in young Children.*	Forskningsartikel
Crowley	1987	*The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought.*	Forskningsartikel
Dindyal	2015	*Geometry in the early years: a commentary.*	Forskningsartikel
Hedrén	1992	*Van Hiele-nivåer och deras betydelse för geometriundervisningen*	Antologi
Marchis	2012	*Preservice primary school theachers´elementary geometry knowledge.*	Forskningsartikel
Teppo	1991	*Van Hiele Levels of Geometric Thought Revisited.*	Forskningsartikel
Van Hiele	1986	*Structure and Insight. A Theory of Mathematics education.*	Doktorsavhandling
Vojkuvkova	2012	*The van Hiele Model of Geometric Thinking.*	Forskningsartikel

4.4 Analyskriterier

Med grund i våra forskningsfrågor tittade vi på följande aspekter i vår analys. Hur beskrivs van Hiele´s teori? Skiljer sig beskrivningarna av de olika nivåerna? Vad baseras teorin på, finns likheter och skillnader? Vad framgår i resultaten? Vilka aktiviteter beskrivs och är baserade på van Hiele´s teori? Hur förklaras elevers lärande utifrån van Hiele´s teori?

Aspekterna valdes utifrån problemområde, syfte och frågeställningar. För att få en översiktlig bild av publikationerna har vi använt oss av bifogad analysmatris. Utifrån aspekterna sorterades materialet i kategoriseringsgrupper, utifrån likheter och skillnader. Genom sorteringen synliggjordes olika och lika perspektiv och tolkningar av van Hiele´s teori, dess tillämpning i praktiken samt vad den grundas i. Vår valda analysstruktur underlättade materialanalysen, eftersom de olika publikationernas innehåll systematiskt synliggjordes.

5. Resultat

5.1 Vad innebär van Hiele´s teori?

Van Hiele´s teori innefattar fem nivåer som successivt går från det konkreta och visuella till det abstrakta och teoretiska, där varje nivå har specifikt innehåll. Genom nivåerna sker en progression, från en holistisk visuell oanalyserad början till att elever ska kunna analysera och beskriva geometriska figurer (Vojkuvkova, 2012, s. 72). Den första nivån är den visuella, vilket innebär att elever känner igen figurer men kan inte skapa egna tankebilder av dem och reflekterar inte över dess egenskaper. Inom den beskrivande och analytiska nivån ska elever känna igen, analysera och karaktärisera figurer utifrån dess egenskaper (Clements, 1998, s.6).

Utmärkande för van Hiele´s teori är progressionens syfte att nå abstraktion. Teorin kan tillämpas inom andra områden än undervisning och lärande, exempelvis ekonomi. Van Hiele´s teori innebär att elever går igenom en progression. Det innebär att de går från en bred uppfattning av geometriska figurer till att förstå den formella grunden som de geometriska figurerna definieras av. Teorin har utgångspunkt i det okonstlade, då elever är medvetna om föremål som liknar geometriska figurer i deras omgivning och kan namnge dem. Därefter sker en progression genom nivåerna, till abstraktion. Elever förväntas formulera satser om samband mellan geometriska figurer samt bevisa satserna med hjälp av axiom och definitioner (Teppo, 1991, s. 210 & Hedrén, 1992, s. 27). Det skulle exempelvis kunna innebära att elever i början av progressionen generellt kan känna igen geometriska figurer och benämna dem. De lär sig sedan varför figurerna har fått sina benämningar och att de grundar sig på dess egenskaper. Elever lär sig dessutom relationer som finns mellan de geometriska figurerna.

Progressionen är det mest väsentliga i van Hiele´s teori eftersom han och hans anhängare belyser vikten av att det bör finnas en progression mot abstraktion. Detta bör ske genom alla skolåren inom geometriundervisningen. Resultat av föregående kan göra att elever inte utvecklar tillräckligt med kunskap eller en utvecklad begreppsförståelse (Clements, 1998, s. 6).

Vidare innebär teorin att varje nivå uppnås stegvis inom olika inlärningsperioder (Teppo, 1991, s. 210). Den börjar alltid på den lägsta nivån och progressionen fortsätter mot högre nivåer genom fria undersökningar och gemensamma diskussioner (Hedrén, 1992, s, 27). Inom varje nivå får elever laborera och undersöka geometriska figurer samt utveckla sitt matematiska språk som relateras till det som undersöks. Enligt teorin är interaktiv undervisning väsentlig, eftersom den kan utgöra en stödstruktur för att man tillsammans ska nå en högre nivå. Enligt Teppo (1991, s, 210) menar van Hiele att om alla nivåer inkluderas kommer samtliga elever få en utvecklad begreppsförståelse inom geometri. Det är ingen naturlig process och progressionen måste stödjas av lärare.

Van Hiele´s teori kan utgöra stor tillgång i klassrummet, eftersom problemet inom elementär geometri börjar på en teoretisk nivå, exempelvis nivå 2 och 3. För att elever ska utveckla begreppsförståelse inom geometri bör en progression finnas, där elever stegvis tillägnar sig varje strategi på respektive nivå. Strategin är en inre ordning gentemot den föregående nivån. Om en övergång uteblir beror det snarare på processens innehåll, inte elevens ålder eller mognad (Hedrén, 1992, s. 29).

5.2 Generella aspekter som karaktäriserar teorin

Nedan beskrivs generella aspekter som karaktäriserar hela van Hiele´s teori. Aspekterna är inte nivå-specifika utan övergripande för hela teorin. De är viktiga för tillämpning av teorin samt för att förstå den (Crowley, 1987, s. 4).

1. *Sequential.* Eleven måste gå genom nivåerna i en specifik ordning för att bli förtrogna med innehållet på varje nivå.
2. *Advancement.* Det finns en progression genom alla nivåer när det kommer till innehållet. Dock är det inte åldersberoende utan erfarenhetsberoende.
3. *Intrinsic and Exintrisic.* De ingående figurerna som man börjar arbeta med på den konkreta och visuella nivån följer sedan progressionen genom alla nivåer. Arbete med igenkänning och analys görs av samma figurer som tidigare.
4. *Linguistics*. Varje nivå har en språklig koppling till symbolerna. Den språkliga kopplingen modifieras genom abstraktion, exempelvis benämns en kvadrat som en rektangel samt ett parallellogram.
5. *Mismatch.* Instruktion som ges måste vara anpassad efter nivån som elever befinner sig på. Om den inte är det, är det en mismatch, vilket försvårar progression och lärande. Det

kan bero på lärarens roll, material, språket, eller en för hög kognitiv nivå på valda uppgifter (Crowley, 1987, s.4).

5.3 Van Hiele´s tankenivåer

Van Hiele´s teori består av fem tankenivåer som innefattar visuella, beskrivande och teoretiska aspekter (Teppo, 1991, s. 210). Van Hiele själv numrerade nivåerna från noll till fyra, eftersom han inte ansåg nivå 0 som en nivå för tänkande inom geometrin, utan som ett förstadium för lärande (Hedrén, 1992, s. 29). Vi har uppmärksammat att antalet nivåer inte numreras likadant i alla vetenskapliga texter. Breyfogle och Lynch (2010) och Burger och Shaughnessy (1986) väljer att numrera nivåerna från noll till fyra och skriver med de två övergångsfaserna, vilket är tankenivå 2 och 4, medan Teppo (1991) har valt att endast numrera tre av nivåerna, alltså inte övergångarna. I denna litteraturstudie är tankenivåerna numrerade från ett till fem. De fem tankenivåerna benämns med både svenska och engelska begrepp eftersom betydelsen av begrepp kan variera inom olika språk.

5.3.1 Tankenivå 1, Igenkänning (Visualizing)

Första tankenivån innebär att elever gör visuell igenkänning av geometriska figurer, formellt och informellt. Formell igenkänning görs i undervisningssituationer medan informell igenkänning görs i vardagen (Teppo, 1991, s. 210-211 & Marchis, 2012, s. 34). Elever ser varje geometrisk figur som en helhet utan egenskaper eller delar. Med helhet menas att de ser figurer endast utifrån dess fysiska utseende. Elever vet att det är en kvadrat på grund av dess utseende och inte för att den har fyra hörn och kan relatera figuren till föremål i omgivningen, exempelvis ett fönster. Elever som befinner sig på denna nivå kan utveckla kunskaper om figurers benämningar men inte kunskaper gällande dess egenskaper. Elever kan identifiera vissa figurer och återskapa vissa av dem (Crowley, 1987, s. 2 & Hedrén, 1992, s. 28). Det innebär att elever skapar struktur, vilket enligt gestaltpsykologin innebär att de kopplar figurerna med vardagliga föremål. Strukturer utvecklas genom progressionen, från en bild till en benämning, som sedan ersätts av ett korrekt matematiskt begrepp (van Hiele, 1986, s. 61).

Elever resonerar kring grundläggande geometriska figurer med hjälp av visuella övervägande av koncepten i sin helhet utan att ta explicit hänsyn till figurernas egenskaper (Burger & Shaughnessy, 1986, s. 31). Elever känner ingen motivation att analysera och förstå varför figurerna fått sina benämningar på den här nivån, eftersom de är involverade i upptäckandet av ett nytt område (van Hiele, 1986, s. 66).

5.3.2 Tankenivå 2, Analys (Analyzing)

Elever kan se individuella egenskaper hos figurer, exempelvis att en kvadrat har fyra hörn (Teppo, 1991, s. 210-211). Analys av geometriska figurer görs genom empiriska experiment och observationer. Elever börjar särskilja figurer utifrån deras karaktärsdrag, vilket innebär att figurer igenkänns utifrån delar, dock kan delarna inte identifieras. Efter ytterligare erfarenhet av geometriska figurer börjar elever inse relationer mellan figurer utifrån deras egenskaper, men elever kan inte förklara egenskaperna och de förstår heller inte definitionerna än (Crowley, 1987, s. 2). Elever kan förstå att en kvadrat har två parvis parallella sidor samt fyra hörn, men förstår inte sambandet mellan en kvadrat, en rektangel och parallellogram (Hedrén, 1992, s. 28). Progression sker utifrån första nivån. De figurer som fått en symbolisk representation analyseras informellt och sorteras utifrån egenskaper och delar (van Hiele 1986, s. 49ff & Burger & Shaughnessy, 1986, s. 31).

5.3.3 Tankenivå 3, Abstraktion (Abstraction)

Det är på denna nivå som abstraktion börjar ske. Elever kan identifiera relationer både inom och mellan figurer. Fyrhörningar har 90 graders vinklar och två parvis parallella sidor, vilket innebär egenskaper inom figurer. En kvadrat är en rektangel för att båda figurerna har samma egenskaper, vilket innebär egenskaper mellan figurer. Det görs genom informella argument och resonemang men på nivån förstår elever inte betydelsen av deduktion som en helhet eller som grundsanning. Grundsanning kan även benämnas som axiom. Elever får den logiska strukturen inom deduktion, genom att de särskiljer figurer utifrån deras egenskaper. De förstår heller inte betydelsen av korrekta definitioner (Crowley, 1987, s. 3 & Hedrén, 1992, s. 28 & Teppo, 1991, s. 211). Elever strukturerar och sorterar figurer utifrån egenskaper. De skapar abstrakta definitioner, vilket är början till en utvecklad begreppsförståelse (Bruger & Shaughnessy, 1986, s. 31 & Marchis, 2012, s. 34). Genom deduktiv analys får elever organisera figurer utifrån generella egenskaper som de redan känner till från tidigare nivåer, för att finna logiska samband. En romb och kvadrat har lika egenskaper. Inom tankenivå 3 har språket större betydelse än i tidigare nivåer, eftersom nivån har en mer abstrakt karaktär (van Hiele, 1986, s. s.86).

5.3.4 Tankenivå 4, Deduktion (Deduction)

Elever förstår betydelsen av deduktion som ett sätt att etablera geometrisk teori inom ett axiomatiskt system. Elever grunden till figurers benämningar och kan bevisa kopplingen mellan benämning och figurers egenskaper. Elever förstår axiomens roll samt hur rollen bevisas inom geometri. Elever kan använda axiom för att bevisa ett begrepp, att en kvadrat är en rektangel (Crowley, 1987, s. 3 & van Hiele, 1986, s. 46 & Hedrén, 1992, s. 28). Elever förstår hur man kan analysera egenskaper och de förstår matematiska sanningar exempelvis att en kvadrat har alltid fyra hörn. Elever är förtrogna med att förstå betydelsen av deduktion, bevis och axiom inom geometriundervisning. En elev på denna nivå kan konstruera och ge flera bevis på varför en kvadrat benämns som en kvadrat samt förklara och bevisa samband mellan kvadrater, rektanglar och parallellogram. Tänkandet kring axiom och bevis är inte fullt utvecklat än (Crowley, 1987, s. 3 & Hedrén, 1992, s. 28). Elever kan ställa figurerna i relation till varandra och använder deduktiva resonemang för att bevisa relationerna inom och mellan figurerna. Elever resonerar formellt inom en matematisk kontext med korrekt terminologi (Burger & Shaughnessy, 1987, s. 31 & Teppo, 1991, s. 212).

5.3.5 Tankenivå 5, Stringens (Rigor)

Den sista nivån är minst utvecklad i originalteorin eftersom van Hiele var mer intresserad av de första nivåerna. Majoriteten av geometriundervisnigen på gymnasiet når enbart upp till tredje nivån, vilket också är en anledning till att fokus lagts på de lägre nivåerna inom teorin. Tankenivå 5 innebär att geometrin ses i det abstrakta och filosofiska och att olika axiomatiska system kan jämföras med varandra. Elever förstår betydelsen av precision inom axiomatiska system (Crowley, 1987, s. 3 & Hedrén, 1992, s. 28). De har förmågan att bevisa kategoriseringar som gjorts i den deduktiva analysen med ett korrekt matematiskt språk samtidigt som de förstår kategoriseringsprocessen. Elever kan jämföra geometriska figurer med varandra baserat på deras definitioner, utan tillämpning av konkreta föremål (Teppo, 1991, s. 212 & Burger & Shaughnessy, 1987, s. 31 & Hedrén, 1992, s. 28).

Skillnaden mellan tankenivå 4 och tankenivå 5 är att den sista nivån enbart är abstrakt, eftersom den handlar om en jämförelse av logiska strukturer. Bevis av axiomatiska system och relationer mellan figurer kräver ett korrekt matematiskt och anpassat språk (Teppo, 1991, s. 212).

5.4 Grundläggande idéer för van Hiele´s teori

5.4.1 Språkets betydelse för van Hiele´s teori

Enligt teorin sker lärande när elever aktivt får diskutera geometri och använda ett anpassat matematiskt språk. Lärandet bör ske i en social kontext för att aktivt lärande ska ske och för att eleverna ska få erfarenheter av geometriska figurer. Språket är den viktigaste byggstenen i lärandet. Genom språket byggs tankestrukturer och det görs möjlighet att nå en abstrakt och teoretisk nivå inom begreppsförståelse. Det sker eftersom varje nivå har sina egna språkliga symboler och system av samband som förbinder nivåerna. Ett samband som är korrekt på en nivå modifieras på en annan nivå. Därför kan en geometrisk figur ha flera benämningar. En kvadrat benämnas som en rektangel och parallellogram (Teppo, 1991, s. 213 & Hedrén, 1992, s. 30). För att förstå det krävs mycket erfarenhet och abstrakt tänkande, vilket enbart kan ske genom abstraktion, där språket har central betydelse. Människor som deltar i sociala kontexter har fördel att lära mer än om de skulle lära individuellt. Dock måste det ske i meningsfulla kontexter, exempelvis små klassrumsdiskussioner, samarbeten och resonemang istället för frågor som elever enbart kan svara ja eller nej på (Assuah, 2010, s. 20-21). Geometrin förmedlas som ett innehåll istället för en monolog där läraren förklarar matematiska idéer.

Det liknar vad Vygotskij framhåller kring vad som är väsentligt för att lärande ska ske. Social interaktion leder till progression när det kommer till elevers kunskap (Assuah, 2010, s. 17). Allt är kulturellt bundet, vilket betyder att omvärlden påverkar vår syn på världen, exempelvis att läraren ger erfarenhet till eleverna. Det är genom det kulturella och språkliga som kunskaper förs vidare. Elever lär efter instruktion eller i gemensam kontext för att förstå specifik information. Dessutom förespråkas användandet av den proximala utvecklingszonen, vilket innebär att läraren kartlägger vad elever ska lära, vad de kan sedan tidigare och anpassar lärandet utifrån det. För att lärandet ska göras möjligt krävs stöd och vägledning i elevers utveckling. Resultatet blir att elever socialiseras i en ny kontext och deras kognitiva utveckling börjar (Assuah, 2010, s. 17).

5.4.2 Piaget´s inflytande

Van Hiele´s teori har sina rötter i Piaget´s arbete kring konstruktivismen. Piaget menade att elever måste vara i en viss ålder och utvecklats kognitivt för att kunna tillägna sig abstraktion. Det motsäger van Hiele som istället menade att erfarenheter avgör vilken nivå eleven befinner sig på (Dindyal, 2015, s. 525).

Konstruktivismen belyser att lärande är en process där den som lär aktivt deltar och konstruerar symboliska representationer av världen och använder dem för att förstå omvärlden. Utifrån det konstruktivistiska perspektivet växer eleven intellektuellt när de kognitiva strukturerna ändras. För att ändra de kognitiva strukturerna krävs det en konflikt och elever assimilerar successivt sin förståelse genom interaktion. Individuell kunskap är beroende av social konstruktion. Kommunikationsprocessen uppstår i situationer när minst två personer är involverade i någon slags analys av problem (Assuah, 2010, s. 18-21).

Trots att van Hiele är influerad av Piaget och hans arbete finns det aspekter som skiljer sig åt. Piaget´s fokus var inte utveckling och lärande till skillnad från van Hiele som studerade hur man kunde stimulera elever till att passera från en nivå till en annan nivå (Hedrén, 1992, s. 30). Inom van Hiele´s teori är språket väsentligt för att utveckling ska ske. Språket bör vara en dialog istället för en monolog. Det är lärarens vägledning och elevers kunskaper som avgör nivå gällande språket. Van Hiele menar dessutom att kontakt med den kulturella omgivningen och utforskande är väsentligt. Till skillnad från van Hiele menar Piaget att det är barns kognitiva nivå och biologiska mognad som måste avanceras för att utveckling ska ske (Hedrén, 1992, s. 30-31).

Båda beskriver resultatet av sina studier utifrån nivåer. Van Hiele menade att Piaget fastställde begreppet nivåer. Dessutom har Piaget enbart två nivåer medan van Hiele har fem. Piaget menade att den högre nivån inte var ett resultat av den lägre, medan van Hiele menade att föregående nivå utgör grunden för nästa nivå (Hedrén, 1992, s. 30-31).

5.5 Tillämpning av Van Hiele´s teori

Tillämpning av van Hiele´s teori måste ske organiserat med tydliga instruktioner och meningsfullhet, vilket är lärarens uppgift. Det sker genom utforskande, diskussion och interaktion. Det är interaktion som är det viktigaste (Teppo, 1991, s. 212). Det är lärare som måste få elever att gå från passiva till aktiva kommunikatörer inom geometri (Assuah, 2010, s. 22). Van Hiele menade att huvudorsaken till bristande begreppsförståelse inom geometri beror på att lärare inte utgår från elevers nivå och att minimerad progression sker från konkret till abstrakt. Lärare måste låta progressionen ta den tid som krävs, den måste utvecklas systematiskt annars kommer elever aldrig nå en abstrakt, teoretisk och utvecklad nivå inom begreppsförståelsen. Tas inte hänsyn till det i tillämpningen av teorin kommer elever stanna på den konkreta nivån (Teppo, 1991, s. 213).

5.5.1 Faser som stöttning för användandet av Van Hiele´s teori

Van Hiele´s teori är beroende av instruktion och erfarenhet snarare än ålder och kognitiv nivå, vilket gör teorin komplicerad att tillämpa. Därför har van Hiele konstruerat fem faser som stöttning i användandet av hans teori, som beskrivs i Crowley (1987, s. 5-6). Faserna är konstruerade för att lära och för att nå nästkommande nivå. I slutet av sista fasen ska elever nått en ny nivå och den nya nivån ersätter den gamla, vilket gör att de är redo att ta sig an nästkommande nivå (Crowley, 1987, s. 5-6).

1. Observation/ information (Inquiri/ information). Denna fas innebär att föra samtal kring specifika områden inom geometrin, där alla involveras. Samtalet berör figurer. Dessutom görs observationer där frågor lyfts fram och nivåspecifik terminologi introduceras. Vad är en kvadrat? Vad är en triangel? Vilka likheter och skillnader finns mellan dem? Syftet med det är tvåsidigt. Det ska synliggöra elevers förförståelse och elever ska förstå utgångspunkten i det geometriska arbetet (Hedrén, 1992, s. 32 & Crowley, 1987, s. 5-6).
2. Vägledd undersökning (Directed orientation). Utforskande av område sker med hjälp av olika material. Elever får exempelvis rita och konstruera olika storlekar av figurer (Hedrén, 1992, s. 32 & Crowley, 1987, s. 5-6).
3. Förklaring (Explication). Vidare byggs det vidare på elevers tidigare erfarenheter från tidigare arbetstillfällen. Elever resonerar kring strukturer som de har observerat. Istället för

att belysa användandet av korrekt terminologi ska läraren vara neutral och elever får resonera fritt. Samtal om figurers egenskaper utifrån tidigare arbete kan genomföras (Hedrén, 1992, s. 32 & Crowley, 1987, s. 5-6).

4. Fri undersökning (Free orientation). I denna fas blir uppgifterna allt mer komplexa och innehåller flera steg som kan lösas på flera olika sätt, vilket van Hiele kallar ”Open ended tasks”. Van Hiele menade att elever får mer erfarenhet genom ett utforskande och undersökande tillvägagångssätt. Elever kan få vika ett papper på hälften och vika det på hälften igen. Elever ska sedan föreställa sig vilken figur de får om de klipper av ena hörnet (Hedrén, 1992, s. 32 & Crowley, 1987, s. 5-6).

5. Sammanfattning (Intergration). Elever utvärderar vad de lärt sig om egenskaper och innebörders relationer. Elever återblickar och sammanfattar vad de lärt sig både när det gäller begrepp, benämningar och sammanhang. Det är lärares uppgift att ta med elevers erfarenheter till nästkommande nivå (Hedrén, 1992, s. 32 & Crowley, 1987, s. 5-6).

5.5.2 Aktiviteter samt lärarens roll

Vid användning av van Hiele´s teori är lärares roll viktig för att progression och lärande ska ske. Det är vanligt att lärare använder ett för komplext språk då de börjar med ett nytt arbetsområde eller aktivitet. Det gör att elever inte förstår innehållet som förmedlas, vilket kan förhindra att en progression sker genom nivåerna (van Hiele, 1986, s. 62-63). Därav blir den proximala utvecklingszonen väsentlig. Utgångspunkten blir elevnära men med adekvat språk.

Van Hiele betonar att lärare bör undvika att förmedla geometriska fenomen enbart genom instruktioner. Lärandet bör ske i en social kontext och genom undersökningar, för att elever själva ska utveckla tankestrukturer. Genom enbart instruktioner kan det nya innehållet kännas forcerat, vilket förhindrar att nya tankestrukturer utvecklas. För att elever ska kunna delta och delta aktivt i nya undervisningssituationer, menade van Hiele, att läraren bör vara tydlig, konkret samt vara en förebild. Med förebild avses att visa hur arbete inom nya ämnesområden och deras tillhörande struktur samt tradition bör ske. Deduktiv analys, laboration och resonemang bör till exempel finnas inom geometriundervisning (van Hiele, 1986, s. 62-63).

Lärare bör dessutom tillgodose elever med material som kan används upp till fjärden nivån. Under första nivån används materialet för att synliggöra koppling mellan figur och benämning. Materialet ska kunna användas i andra nivån för att elever ska se egenskaper och jämföra geometriska figurer. Lärare ska under tredje nivån leda klassen in i en diskussion, vilket hjälper elever att använda korrekt terminologi. Under fjärde nivån ska materialet gynna sorterings- och problemlösningsuppgifter. Under femte nivån ska lärare främja elever att reflektera över det arbete som gjorts genom nivåerna, samt få elever att formulera egna regler angående sortering (Hedrén, 1992, s. 34).

Nedan beskrivs eventuella aktiviteter kopplade till respektive tankenivå:

1. Elever identifierar figurer utan att beskriva deras egenskaper. Under aktiviteten ska lärare uppmuntra elever att tänka ett steg längre. Exempelvis genom att stimulera elever att gruppera figurer utifrån lika egenskaper, enbart baserat på det visuella.
2. Från första aktiviteten sker en progression. Utifrån föregående aktivitet, ska elever belysa likheter utifrån egenskaper. En kvadrat och parallellogram ingår i samma kategori eftersom båda har två parvis parallella sidor. En lek som kan genomföras är följande, ”guess my rule” (Bilaga 1).
3. Vidare ska elever belysa ytterligare relationer mellan figurer och kategorisera dem. En kvadrat är både en rektangel och parallellogram. Det är viktigt att lärare synliggör att det finns undergrupper inom kategoriseringen.
4. Inom fjärde steget ska elever kunna benämna tre egenskaper, samt vilka fyrhörningar som har dessa egenskaper. Under steget ska lärare synliggöra att det är undersökning av likheter och skillnader som görs.
5. Inom sista aktiviteten ska elever förstå att det finns axioma strukturer inom geometrin och det är de som ligger till grund för figurers benämningar. Det är egenskaperna som avgör figurernas definitioner.

(Breyfogle, M. L and Lynch, C. M, 2010, s. 234).

5.5.3 Van Hiele´s teori som verktyg för bedömning

Van Hiele´s teori kan tillämpas som metod eller som verktyg för bedömning (Dindyal, 2015, s. 525). Genom användandet av teorin ska elever visa förståelse på meningsfulla sätt, vilket hjälper dem att gå vidare i deras lärandeprocess. Formativ bedömning bör ske genom hela processen och i slutet av processen bör en summativ bedömning göras (Breyfogle & Lynch, 2010, s. 234).

Bedömning sker genom att lärare lyssnar till elevers resonemang inom specifika geometriuppgifter på varje nivå. Lärare observerar och ställer frågor till elever för att få reda på hur de tänker. Lärare kan då bedöma elevers nivå av begreppsförståelse samt deras användning av geometrisk terminologi (Teppo, 1991, s. 217). En elev kan befinna sig på två nivåer samtidigt, eftersom det finns en progressionssträcka mellan varje nivå. Beroende på vilket begrepp det är, kan elever befinna sig på en nivå och inom ett annat begrepp kan eleven befinna sig på en annan nivå. De är förtrogna med kvadraten men ej med triangeln (Teppo, 1991, s. 41-42).

6. Diskussion

6.1 Metoddiskussion

Sökprocessen var delvis problematisk eftersom det var svårt att hitta bra sökord och fraser som resulterade i väsentlig information för vårt syfte. I efterhand kontrollerade vi vår sökprocess för att säkerställa att den var korrekt. När detta gjordes insåg vi att träffarna varierade trots att samma sökord och sökfras användes i samma databas vid olika tillfällen. Det kan medföra att trovärdigheten för vår studie minskar. Det var enbart ett fåtal träffar som varierade. Därmed drar vi slutsatsen att, om vi gjort våra sökningar vid ett annat tillfälle, skulle vi kanske fått ett annat resultat. Kontrollering av våra sökningar skulle därför gjorts tidigare i arbetsprocessen. Dessutom använde vi oss främst av databasen ERIC, vilket också kan ha påverkat vårt resultat i studien. Jämförelse mellan de olika databaserna borde gjorts ytterligare.

Vid urval av publikationer ansåg vi att det var svårt att fastställa vilken typ av publikation de olika materialen var, vilket gjorde att mycket tid ägnades åt det. Vi anser att sökprocessen inte hade en linjär struktur. Det var svårt att hitta publikationer som var användbara innan problemområdet var bestämt. Därav ägnades mycket tid till att söka publikationer som inte var användningsbara. Istället sökte vi successivt när skrivning av resultatet gjordes. Det kan ha inneburit både möjligheter och hinder, eftersom det resulterade i att vi avgränsade materialet efter vårt syfte och problemområde, men det kan också ha inneburit att andra perspektiv exkluderades.

Inom vår informationssökning gjorde vi ett antal kedjesökningar. Eftersom urvalet gjorts av någon annan, har det inneburit att vi behövt analysera publikationerna noggrant, för att säkerställa att de stämde överens med vårt syfte.

Slutligen anser vi att sökandet efter svenska publikationer borde gjorts först, för att utveckla en grundlig förståelse för van Hiele´s teori, innan läsning av de engelska publikationerna gjordes.

Med grund i vår metodanalys har vi i efterhand insett att våra sökningar var för generella i början av sökprocessen. Vi skulle specificerat våra sökningar mot van Hiele´s teori direkt. En del publikationer gick inte att få tag på, vilket gjorde att de exkluderades. Hade de varit tillgängliga hade vårt resultat möjligtvis sett annorlunda ut.

I analysarbetet valde vi att läsa samtliga publikationer enskilt och skriva ner tankar och funderingar som kunde relateras till våra frågeställningar. Därefter jämfördes det vi kommit fram till och vi fortsatte analysera tillsammans för att få ett mer väl bearbetat resultat. Detta är en styrka med vårt arbete. Ytterligare en styrka är att vi använde oss av matrisen (Bilaga 3) för att sammanställa artiklarnas resultat, vilket gjorde att enbart det väsentliga inkluderades. Avgränsning gjordes också eftersom vi utgick från våra frågeställningar i analysprocessen, vilket begränsade antal publikationer samt vårt urval. Några publikationer hade ett komplicerat språk, men genom att jämföra publikationerna med varandra förstod vi dess innehåll, vilket vi anser vara en styrka. Våra egna erfarenheter kan också haft inverkan på vårt resultat, eftersom vi har läst om van Hiele´s teori i kurslitteratur, vilket har gjort att vi redan hade en positiv och subjektiv syn på teorin.

6.2 Resultatdiskussion

Utifrån vårt resultat kan vi dra slutsatsen att van Hiele´s teori är baserad på fem tankenivåer som går från konkret till abstrakt genom en successiv progression. Om vi jämför tankenivåer med progressionen i kunskapskraven för matematik ser vi en viss skillnad. I kunskapskrav för årskurs 3 och årskurs 6 sker en minimal progression. Mellan årskurs 6 och årskurs 9 sker ingen progression, istället upprepas innehållet för att kunskaperna ska befästas. Utifrån egen tolkning betonar kunskapskraven att elever ska bli förtrogna med samma innehåll trots att det är olika årskurser. Föregående kan vara en anledning till att abstraktion inte nås, och därmed utvecklar elever ej god begreppsförståelse.

Första tankenivån behandlar igenkännande och jämförelse av figurer och deras relation till vardagliga föremål, utan koppling till geometriska figurers egenskaper. Andra nivån behandlar analys av geometriska figurer utifrån specifika egenskaper, exempelvis att en kvadrat har fyra hörn jämfört med en triangel som har tre hörn. Tredje tankenivån behandlar informella argument och resonemang kring hur kategorisering utifrån inbördes relationer både inom och mellan geometriska figurer kan göras. Fjärde tankenivån behandlar en relativt utvecklad förståelse för geometriska figurers definitioner och de sanningar som ligger till grund för deras benämningar. Femte tankenivån är enbart abstrakt. Den innefattar att förstå kategoriseringsprocessen och bevisa kategoriseringarna med ett korrekt matematiskt språk utan tillämpning av konkret material. Kategoriseringsprocessen innebär att jämföra geometriska figurer utifrån deras definitioner.

Undervisning bör anpassas till ett språk som är bekant för elever, efter deras kognitiva förmåga. Det sker eftersom det vardagliga språket skiljer sig från det matematiska. Skiljelinje kan utgöra problematik för elever, när de ska lära sig nya begrepp.

En annan skillnad är att nivåerna och progressionen kan användas för att uppnå kunskapskraven i grundskolan, som beskrivs i våra styrdokument. Vi anser att van Hiele menade att laboration och konkret material enbart är medel för att nå de högre nivåerna. Det skiljer sig från våra styrdokument inom matematik som enligt oss belyser laboration och användning av konkret material som ett mål i sig och ett medel för att nå en utvecklad begreppsförståelse. Van Hiele menade att konkret material och laboration ska finnas genom hela progressionen och tankenivåerna. Av vår erfarenhet försvinner det konkreta materialet i de senare årskurserna, för hur vanligt förekommande är det att laborativt material används i geometriundervisning på högstadiet?

Som beskrivs i vårt resultat kan van Hiele´s teori utgöra tillgång i klassrummet för att elever ska utveckla begreppsförståelse, dock ser verkligheten annorlunda ut. Vi har uppfattningen att den elementära geometrin ofta börjar på en för abstrakt nivå, exempelvis andra eller tredje tankenivån. Därför drar vi utifrån kunskapskraven och vårt resultat följande slutsats: Första nivån inom van Hiele´s teori existerar vanligtvis inte inom geometriundervisning, eftersom lärare börjar undervisning på andra nivån. Kategorisering av figurer utifrån dess egenskaper börjar innan elever är bekanta med figurers utseende. En tänkbar anledning till det är att kunskapskraven stämmer överens med den andra tankenivåns innehåll, vilket gör att undervisning har sin utgångspunkt i det abstrakta. Det innebär att elever förväntas besitta erfarenheter kring igenkänning av geometriska figurer kopplade till vardagliga föremål, vilket kan ligga till grund för svårigheter och bristande begreppsförståelse som elever kan få högre upp i åldrarna.

Kunskapskrav för årskurs 3 kan också relateras till van Hiele´s andra tankenivå, analys. Denna koppling kan göras eftersom kunskapskraven och nivån innehåller liknande kunskaper. Kunskapskraven behandlar kunskaper som innefattar grundläggande geometriska figurer, dess egenskaper samt inbördes relationer. Andra nivån i teori innefattar liknande kunskaper som att analysera geometriska figurer utifrån deras egenskaper. Det innebär att likheter och skillnader synliggörs mellan de geometriska figurerna. Sistnämnda är synonymt med inbördes relationer.

Kunskapskrav för årskurs 6 kan jämföras med van Hiele's tredje tankenivå. I kunskapskravet står det att elever ska bli förtrogna med att beskriva begrepp med olika uttrycksformer samt kunna resonera kring begreppens skillnader och likheter. Liknande innehåll återfinns i tankenivå 3, där elever ska resonera kring kategoriseringar av likheter och skillnader. Enligt van Hiele stannar vanligtvis undervisning på denna nivå, vilket synliggörs i kunskapskraven. Våra styrdokument betonar att laboration samt användning av olika uttrycksformer och konkret material är ett mål i sig, jämfört med van Hiele´s teori där det anses vara ett medel för att nå högre tankenivåer.

Kriterier för årskurs 6 och årskurs 9 är synonyma, dock ska elever i årskurs 9 kunna växla mellan olika uttrycksformer, vilket även här anses som ett mål i sig. Med utgångspunkt i kunskapskraven ska elever visa och beskriva geometriska figurer, medan tankenivå 4 och 5 i van Hiele´s teori innebär att elever ska bevisa och förstå kategoriseringsprocessen av figurer utifrån deras definitioner. I kunskapskraven betonas ej korrekt terminologi, vilket det görs i van Hiele´s tankenivåer. Däremot framgår det i kunskapskraven att elever ska utveckla goda kunskaper om matematiska begrepp, men vad innebär goda kunskaper, är det synonymt med korrekt terminologi? Det tolkar vi som lärares uppgift att själva förstå och upptäcka, vilket kan göra att geometriundervisning och dess innehåll varierar. Dessutom ska geometriundervisning i årskurs 9 inkludera konkret material genom olika uttrycksformer, medan van Hiele menar att utvecklad begreppsförståelse innebär att elever har skapat kognitiva bilder av begreppen och därför inte behöver använda konkret material. Därmed kan slutsatsen göras att elever aldrig når den abstrakta nivån inom geometriundervisningen i den svenska skolan, eftersom fokus är på tankenivå 2 och 3.

En jämförelse med van Hiele´s teori och kunskapskraven i svenska skolan skulle kunna vara viktigt att belysa för verksamma lärare eftersom elever ska skapa en utvecklad begreppsförståelse och då krävs abstraktion. För att nå dit krävs en successiv progression enligt van Hiele. Lärande ska inte ha sin utgångspunkt i det abstrakta, utan i det konkreta. Det är viktigt att börja i det konkreta, igenkänning, och inte stanna kvar i det utan successivt utvecklas mot det abstrakta. För att göra det kan lärare tillämpa van Hiele´s teori, både som grund för geometriundervisning och som verktyg för bedömning.

I kunskapskraven kan vi inte läsa ut kopplingen mellan geometriska figurer till vardagliga föremål, vilket kan vara en av anledningarna till att tankenivå 1 exkluderas. Dock framgår det i centralt innehåll, att de figurer som elever möter i undervisning ska vara elevnära och återfinnas i vardagen. Därmed drar vi slutsatsen att det centrala innehållet går att relatera till van Hiele´s första tankenivå, eftersom det är synonymt med igenkänning av geometriska figurer kopplade till vardagliga föremål.

Vid jämförelse av kunskapskrav och kommentarmaterial inom matematik, synliggörs progression mellan årskurserna. Utifrån vår tolkning av kommentarmaterialet (2016a, s. 19) är skillnaden mellan kunskapskrav för årskurs 3 och årskurs 6 antalet figurer. I årskurs 9 ökar antalet figurer ytterligare, eftersom det inte finns några begränsningar för vilka figurer som inkluderas i undervisning. Därav kan tolkningen göras att det inte sker en progression mot abstraktion, vilket är huvudsyftet med van Hiele´s teori. Inom van Hiele´s teori följer samma figur med genom hela progressionen mot abstraktion, vilket kan innebära att elever fördjupar sin förståelse för varje geometriskt begrepp. I beskrivningen av kunskapskrav i kommentarmaterialet framgår det att undervisning sker på samma nivå men med ytterligare figurer, vilket skiljer sig gentemot syftet i van Hiele´s teori. Det skulle kunna innebära att fördjupning av varje enskild figur exkluderas, vilket kan vara en tänkbar anledning till elevers bristande begreppsförståelse.

Vid jämförelse mellan svenska skolans styrdokument och van Hiele´s teori finner vi dessutom samband mellan förmågorna i syftet för matematik och teorin. I vårt resultat beskrivs språkets betydelse, att det är viktigt att elever får diskutera, resonera och använda matematisk terminologi. Elever lär i en social kontext, vilket möjliggör utveckling av en abstrakt begreppsförståelse. Det kan kopplas till förmågan att föra och följa resonemang kring geometriska figurer och analys av dem när elever får tillägna sig deduktiv analys eller resonera kring inbördes relationer med hjälp av konkret material.

Utifrån vårt resultat synliggörs att van Hiele´s teori går att tillämpa i praktiken både som undervisningsmetod och verktyg för bedömning. Vi konstaterar att teorin kan användas för att göra klassificering mer komplext och för att nå en mer abstrakt nivå inom geometriundervisning. Klassificering bör inkludera flera aspekter än enbart sortering av geometriska figurer. Genom tillämpning av van Hiele´s teori ges elever möjlighet att tillägna sig deduktiv analys i flera steg. Det anser vi leder till att elever skapar bevis för axiomatiska system för geometriska figurer och därmed en abstrakt och utvecklad begreppsförståelse.

Genom tillämpning av van Hiele´s teori ges lärare möjlighet att planera aktiviteter som är utarbetade efter varje tankenivå. Utifrån vårt resultat och bilaga 1 framgår det ett antal aktiviteter som är relaterade till van Hiele´s tankenivåer. Med utgångspunkt i van Hiele´s tankenivåer och de stöttande faserna vill vi planera och genomföra geometriundervisning samt undersöka effekterna av elevers lärande. Kunskaper går att bedöma genom tillämpning av van Hiele´s teori som verktyg för bedömning. Därmed kan slutsatsen göras att teorin är väsentlig för oss och andra verksamma lärare. Däremot förefaller det vara att teorin inte tillämpas tillräckligt, vilket kan beror på att lärare inte vet hur de ska använda van Hiele´s teori.

För att återkoppla till vår inledning kan van Hiele´s teori utgöra en tillgång för undervisning kring geometriska figurer och därmed undvika bristande begreppsförståelse samt problematiken som framgår i PISA. Van Hiele´s teori kan användas inom fortbildning för verksamma lärare för att undvika bristande didaktiska- och ämneskunskaper hos lärare. Därför är van Hiele´s teori aktuell för vår framtida roll inom geometriundervisning och läraryrket.

6.2.1 Fortsatt forskning

Utifrån studien hade det varit intressant att undersöka hur teorin kan tillämpas inom andra matematiska områden, exempelvis algebra. En annan tanke är att intervjua lärare om geometriundervisning och jämföra deras metoder med van Hiele´s teori, eller basera egen undervisning på van Hiele´s teori och undersöka resultatet av dess tillämpning.

Referenslista

Assuah, C. K. (2010). *Student and Teacher Perceptions of Teacher Oral communication Behavior in Algebra and Geometry Classrooms.* University of Nevada, Reno.

Breyfogle, M. L., & Lynch, C. M. (2010). Van Hiele Revisited. Mathematics Teaching in the Middle School. *National Council of Teachers of Mathematics 4*(16), 232-238. Hämtad från http://www.jstor.org/stable/41183561?seq=1#page_scan_tab_contents

Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education, 1* (17), 31-48. Hämtad från http://www.jstor.org/stable/749317?seq=1#page_scan_tab_contents

Clements, D. H. (1998). Geometric and spatial Thinking in young Children. National Science Foundation, Arlington, VA.

Crowley, M. L. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. I *Learning and Teaching Geometry, Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* 12, 1-16. Hämtad från https://scholar.google.se/scholar?hl=sv&q=The+van+Hiele+Model+of+the+Development+of+Geometric+Thought&btnG=

Dindyal, J. (2015). Geometry in the early years: a commentary. *ZDM Mathematics Education, 47,* 519-529. *doi:* 10.1007/s11858-015-0700-9

Hedrén, R. (1992). Van Hiele-nivåer och deras betydelse för geometriundervisningen ur Emmanuelsson, Johansson, Ryding (red.) *Geometri och Statistik. s*.27-36. Lund: Studentlitteratur.

Heiberg Solem, I., Alseth, B., & Nordberg, G. (2011). *Tal och Tanke – matematikundervisning från förskoleklass till årskurs 3*. Lund: Studentlitteratur.

Löwing, M. (2011). *Grundläggande geometri- Matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur.

Löwing, M., & Kilborn, W. (2011). Mätning och geometri ur Bergius, Emanuelsson, Emanuelssnon & Ryding (red.) *Matematik – ett grundämne.* s.187-192.Göteborg: NCM.

Marchis, I. (2012). Preservice primary school theacher´s elementary geometry knowledge. *I Acta Didactia Napocensia* 2(5), 33-40. Hämtad från http://search.proquest.com/docview/1372344067?accountid=11754

Skolverket (2016a). *Kommentarmaterial till kursplanen i svenska: reviderad 2016* (3., kompletterad uppl.). Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2016b). *Läroplan för grundskolan, föreskoleklassen och fritidshemmet: reviderad 2016 (3., kompletterad uppl.)*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2013). *PISA 2012 15-åringars kunskaper i matematik, läsförståelse och naturvetenskap* (Rapport 398). Hämtad 24 januari 2017 från: Skolverket. http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FBlob%2Fpdf3126.pdf%3Fk%3D3126

Teppo, A. (1991). *Van Hiele Levels of Geometric Thought Revisited.* National Council of Teachers of Mathematics.

Van Hiele, P. (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics education*. London: Academic Press, Inc.

Vojkuvkova. (2012). The van Hiele Model of Geometric Thinking. *Proceedings of*

Contributed Papers, 1, 72-75. doi: 978-80-7378-224

Bilaga 1

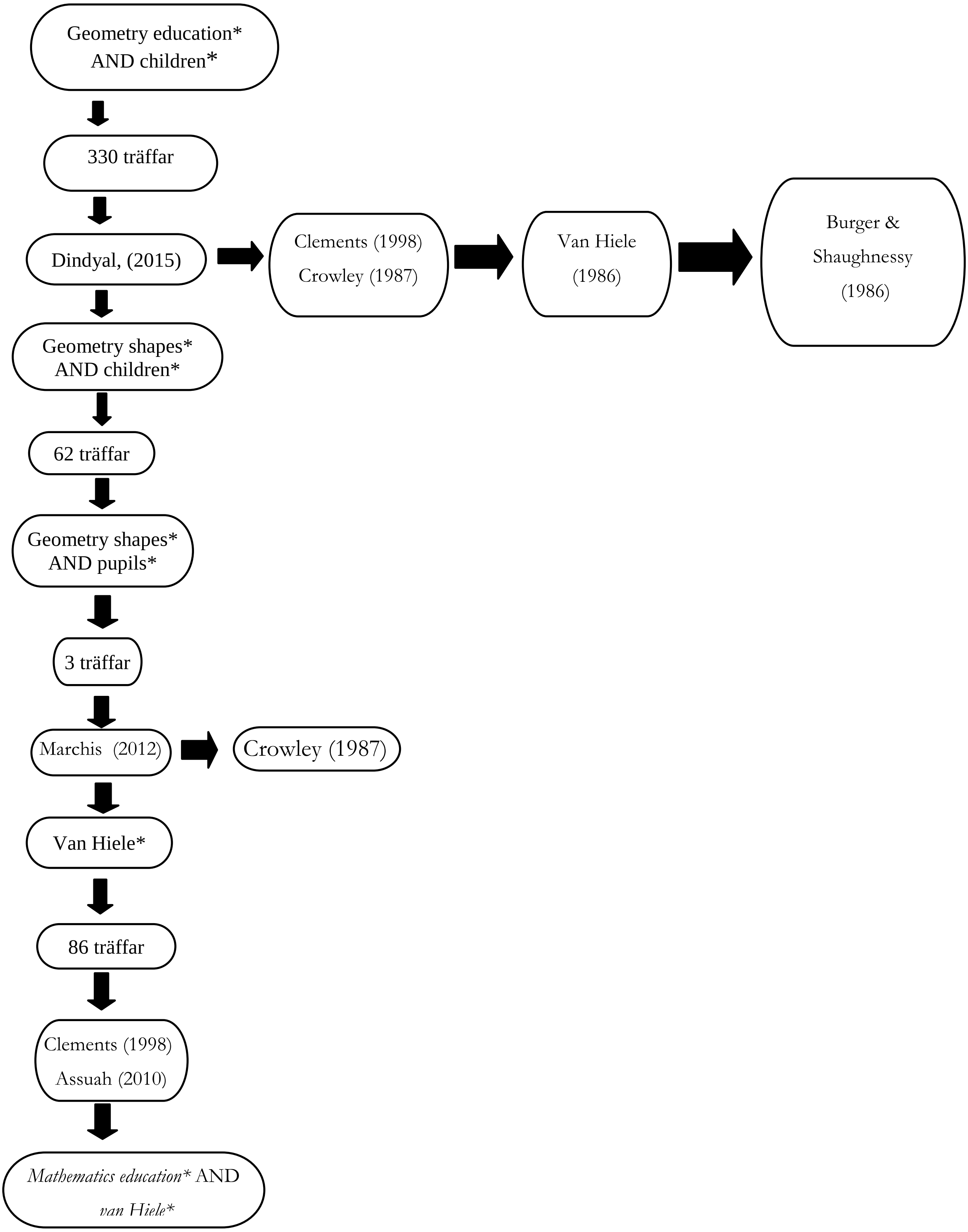
The van Hiele model of geometric understanding describes a progression that is independent of age or grade level.

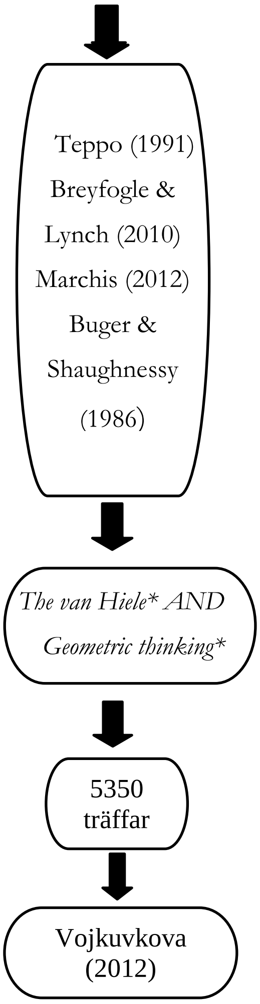
Level	Name	Description	Example	Teacher activity
0	Visualization	See geometric shapes as a whole; do not focus on their particular attributes.	A student would identify a square but would be unable to articulate that it has four congurent sides with right angles.	Reinforce this level by encouraging students to group shapes according to their similarities.
1	Analysis	Recognize that each shape has different propities; identify the shape by that property.	A student is able to identify that a parallelogram has two pairs of parallel sides, and that if a quadrilateral has two pairs of parallel sides it is identified as a parallelogram.	Play the games ”guess my rule,” in which shapes that ”fit” the rule are placed inside the circle and those that do not are outside the circle (see Russell and Economopoulos 2008).
2	Informal deduction	See the interrelationships between figures.	Given the definition of a rectangle as a quadrilateral with right angles, a student could identify a square as a rectangle.	Create hierarchies (i.e., organizational charts of the relationships) or Venn diagrams of quadrilaterals to show how the attributes of one shape imply or related to the attributes of others.
3	Formal deducation	Construct proofs rather than just memorize them; see the possibility of developing a proof in more than one way.	Given three properties about a quadrilateral, a student could logically deduce which statement implies which about the quadrilateral (see fig. 1).	Provide situations in which students could use a variety of different angles depending on what was given (e.g., alternate interior or corresponding angles being congruent, or same-side interior angles being supplementary).
4	Rigor	Learn that geometry needs to be understood in the abstract; see the ”construction” of geometric systems.	Students should understand that other geometries exist and that what is important is the structure of axioms, postulates, and theorems.	Study non-Euclidean geometries such as Taxi Cab geometry (Krause 1987).

(Breyfogle, M. L. and Lynch, C. L. 2010. s. 234).

Bilaga 2

Informationssök




Teppo (1991)
Breyfogle &
Lynch (2010)
Marchis (2012)
Buger &
Shaughnessy
(1986)
The van Hiele AND Geometric thinking**
5350 träffar
Vojkuvkova (2012)

Bilaga 3

Översikt över analyserad litteratur

Författare Titel Tidsskrift Publikationsår Land Databas	Syfte	Design Urval Datainsamling	Teoretisk bakgrund	Resultat	Egna funderingar
Breyfogle and Lynch, (2010). *Van Hiele Revisited. Mathematics Teaching in the Middle School, Vol. 16, No. 4.* National Council of Teachers of Mathematics. Land framgår ej. ERIC	Bedömning är en viktig del i läroprocessen. Det ska stödja vidare utveckling, vilket är en grundtanke inom Van Hiele´s teori för att en progression av lärandet ska ske.	- Forskningsartikel - Urval framgår ej - Kvalitativ undersökning	Teoretisk bakgrund framgår inte tydligt.	Bedömning ska finnas genom hela progressionen, från konkret till abstrakt. Med detta menas att elever visar sin förståelse inom de olika stegen, vilket hjälper dem att gå vidare i lärandet. Viktigt att vägleda dem genom formativ bedömning. Van Hiele menar att det är elevers erfarenheter och aktiviteter som avgör deras nivå i lärandet. Jämfört med Piaget som anser att eleven ska vara en viss ålder för att uppnå viss nivå i lärandet.	Formativ och summativ bedömning bör vara en naturlig del i all undervisning. Vad har van Hiele för inställning till Piaget´s forskning? Likheter och skillnader? (i och med motsägelser mellan dem). Lärare ger elever erfarenheter att utvecklas inom området, därför fyller lärarens roll viktig funktion i elevers lärande.
Burger & Shaughnessy (1986). *Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry.* Journal for research in mathematics education 1986, vol. 17, No. 1, s. 31-48. Land framgår ej. ERIC	Studien presenterar en beskrivning av van Hiele´s tankenivåer, samt resonemangets betydelse inom geometri-undervisning.	- Artikel - 13 studenter från årskurs 1-12 och universitetsstudenter med matematik som huvudämne - Intervjuer	Van Hiele	Genom studien framgick det att Van Hiele´s teori har hierarkisk struktur. Det är svårt att mäta vilken nivå elever befinner sig på, eftersom nivå ett och tre är progressionsträckor mellan nivåerna. Eleven kan befinna sig på två olika nivåer samtidigt exempelvis kan eleven vara förtrogen med fyrhörningar men ej med trehörningar.	Koppla framgående resultat till van Hiele´s teori som bedömningsunderlag.
Assuah (2010). *Student and Teacher Perceptions of Teacher Oral communication Behavior in Algebra and Geometry Classrooms.*	Undersökning gällande lärares kommunikations vanor och dess betydelse i geometri-	-Doktors-avhandling - Urval framgår ej - Systematiska observationer och beskrivande	Sociokulturell och konvstruk-tivistik bakgrund	Klargörande av språkets betydelse för lärandet samt vikten av att vara tydlig och införa korrekt terminologi. Lärare ska vara konsekvent. Detta ska leda till att elever utvecklar sin matematiska	Svenska skolan bygger på sociokulturell kunskapssyn. Koppla till Van Hiele´s teori,

University of Nevada, Reno Land framgår ej ERIC	klassrummet.	fältstudie.		förståelse.	eftersom resonemang finns med i varje steg. Hur är den kopplad till Piaget´s konstruktivistisk kunskapssyn?
Clements (1998) *Geometric and spatial Thinking in young Children.* National Science Foundation, Arlington, VA. Land framgår ej ERIC	Studien redovisar hur elever lär inom geometri. Hur elever uppfattar olika geometriska begrepp samt presenterar lärande-aktiviteter för att utveckla begrepps-förståelse inom geometri.	- Forskningsartikel - Urval framgår ej - Diskussioner med elever och deras förståelse kring geometriska begrepp.	Framgår inte.	Enligt psykologiska undersökningar lär sig elever om geometriska figurer genom handlingar, exempelvis genom att rita eller bygga, och inte genom passiva observationer. Elever måste få utforska figurerna och dess egenskaper för att utveckla sitt lärande.	Relatera detta till tankar gällande van Hiele´s teori.
Crowley (1987) The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. *In Learning and Teaching Gemretry, K-12, 1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, edited by Mary Montgomery Lindquist, pp.1-16. Reston, Va.: National Council af Teachers af Mathematics, 1987.* Land framgår ej ERIC	Syftet med artikeln är att presentera en övergripande beskrivning av van Hiele´s teori och dess implikationer i klassrummet.	- Forskningsartikel - Urval framgår ej. - Litteraturstudie	Van Hiele	Sammanfattning av van Hiele´s teori och faser som stöttar tillämpning teorin.	Belys och reflektera kring fasernas betydelse för van Hiele´s teori.
Dindyal (2015). Geometry in the early years: a commentary. *ZDM Mathematics Education, 47*, 519-529. *doi: 10.1007/s11858-015-0700-9* Land framgår ej ERIC	Syftet med denna artikel är att redovisa hur lärande och undervisning inom geometri-undervisning kan ske.	- Forskningsartikel -Urval framgår ej - Insamling av teorier som kan anpassas till syftet.	Piaget och Van Hiele.	Van Hieles teori kan användas som metod och bedömningsverktyg. Lärare måste vägleda elever till nästa nivå. Kritiker menar att, trots den hierarkiska nivån, går inte lärande i en linjär progression. Dock är de flesta överens om att teorin är adekvat. Van Hiele´s teori är då bra att tillämpa eftersom den går från konkret till abstrakt. Vilket succesivt gör eleverna förtrogna med geometriska koncept.	Det är erfarenheter från lärare som leder till abstraktionsnivån. Dindyal (2015) menar att elever inte får tillräcklig med erfarenheter om geometriska koncept, vilket gör att elever därför inte når abstraktionsnivån.
Hedrén (1992). Van Hiele-nivåer och deras betydelse för geometriundervisningen ur Emmanuelsson, Johansson,	Syftet med artikeln var att Klargöra betydelsen av	-Antologi/ Forskningsartikel - Urval framgår ej. -Datainsamling är	Van Hiele	Sammanfattning av Van Hiele´s teori och dess betydelse för elevers lärande. Jämförelse görs mellan van Hiele och Piaget.	Inkludera utarbetad analys av likheter och skillnader som

Ryding (red.) *Geometri och Statistik.* Studentlitteratur, Lund. Bibliotek	van Hiele´s teori inom geometriundervisningen.	forskningsmaterial som är bedrivet av van Hiele själv.			finns mellan Piaget och van Hiele.
Marchis (2012). *Preservice primary school theachers´elementary geometry knowledge.* Acta Didactia Napocensia Volume 5 number 2. Land framgår ej. ERIC	Syftet är att presentera en undersökning om hur lågstadielärare undervisar inom geometri, kring grundformer och dess egenskaper.	- Forskningsartikel - 36 elever från en tredjeklass. - Intervjuer och tester	Van Hiele. Den spatiala förmågan, det vill säga hur man uppfattar den visuella omvärlden korrekt.	Två av tre elever stannar på nivå två inom Van Hiele´s teori. Begreppsförståelsen innefattar att beskriva ett begrepp med ämnesspecifika ord. En problematik är att tidigare erfarenheter påverkar den formella begreppsförståelsen och gör att den ej kan utvecklas. Missuppfattningarna bör belysas tidigt för att förändra elevers begreppsbild.	Koppling till Conceptional change. Genom Van Hiele´s teori får man erfarenhet, vilket framgår för att man ska nå de olika nivåerna. Det är egenskaperna som avgör vilken nivå eleven ligger på.
Teppo (1991). *Van Hiele Levels of Geometric Thought Revisited.* National Council of Teachers of Mathematics. Land framgår ej ERIC	Att återberätta van hiele's teori och jämföra den med NCTM's styrdokument och dess tillämpningar i praktiken.	-Forskningsartikel. -Urval framgår ej -Kvalitativ undersökning av litteratur.	Bakgrund i Vygotskij, lär i en social kontext, att språket är grund för lärandet.	Stegvis progression genom nivåerna, från konkret till abstrakt. Samtal, undersökning, interaktion är i fokus. Anpassning och stöd ska ges till varje elev.	Inspiration att koppla Van Hiele's teori till svenska styrdokument. Tillämpning i praktiken hade fokus på de äldre årskurserna. Teorin kräver mycket av läraren. Både kunskap, engagemang, tydlighet och systematik.
Van Hiele (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics education*. London: Academic Press, Inc. Nederländerna ERIC	Framföra teorier för elevers tänkande inom geometri.	-Doktors-avhandling - Urval framgår ej - Baserar sin forskning utifrån undervisningssituationer	Framgår ej. Utgångspunkt i Piaget´s arbete.	Teorin/progressionen beskrivs från 0-4. 0. Gestaltpsykologi är huvudinnehåll. Koppla figurer med vardagliga föremål. Progression från bild till benämning till korrekt matematiskt begrepp. Analys sker ej och elever förstår sina benämningar. 1. Figurerna får symboliska representationer. Analys sker informellt genom att figurer sorteras informellt utifrån egenskaper och delar. 2. Deduktiv analys sker genom organisation av figurer utifrån generella egenskaper. Abstrakta definitioner introduceras. 3. Elever förstår kännetecken av deduktiv analys som ett sätt att etablera geometriska teorier inom axiomatiska system. 4. Utförlig beskrivning av denna nivå görs inte.	Vår utgångspunkt i denna studie. Vi jämför de andra publikationer med van Hiele´s avhandling.

				Framgår att problematik beror på att läraren använder ett för komplext språk, vilket hindrar progression. Undersökande arbetssätt i en social kontext leder till lärande.	
Vojkuvkova (2012). The van Hiele Model of Geometric Thinking. *Proceedings of Contributed Papers, 1, 72-75. doi:* 978-80-7378-224-5- Land framgår ej ERIC	Syftet var att utforska möjligheterna av van Hiele´s teori för att beskriva och förutsäga elevers lärande inom geometri.	-Forsknings-artikel -2699 elever från 13 skolor deltog -Tester	Van Hiele	Van Hiele´s teori kan användas inom andra ämnen och utveckla geometriskt tänkande.	Kan den appliceras inom fler områden i matematik för grundskolan?