



JÖNKÖPING UNIVERSITY

*School of Education and
Communication*

Elever lär med hjälp av varandra

Matematisk problemlösning i små grupper

KURS: Examensarbete, Grundlärare 4-6, 15hp
FÖRFATTARE: Hanna Andersson, Madeleine Daag
EXAMINATOR: Annica Otterborg
TERMIN: VT16

SAMMANFATTNING

Hanna Andersson, Madeleine Daag

Elever lär med hjälp av varandra

Matematisk problemlösning i små grupper

Antal sidor: 26

Forskning visar att svenska elevers resultat i matematik sjunker. En del där resultaten i stadig takt har sjunkit är problemlösningdelen. För att möjliggöra en förbättring av undervisningen i matematisk problemlösning, har vi gjort en undersökning kring undervisning i grupp.

Syftet med vår litteraturstudie var att undersöka om undervisning av matematisk problemlösning när elever befinner sig i små grupper är positivt eller negativt för lärandet i matematik. Vi kommer fram till att det i huvudsak är positivt att arbeta tillsammans i små grupper. Därför har vi också studerat vad lärare behöver ha i åtanke vid sammansättning av grupper, gruppstorlek och gruppsammansättning.

Vår litteraturstudie visar att elever lär bättre när de befinner sig i grupp och arbetar kooperativt. Problemlösningens förmåga förbättras och eleverna lär sig nya strategier och metoder genom att dela med sig. En del vid arbetet med matematisk problemlösning är att läraren ska dela in eleverna i grupper där kunskapsnivån varierar. Läraren bör även ta hänsyn till elevernas förmåga att arbeta i olika gruppstorlekar.

I den här litteraturstudien har enbart vetenskapligt granskade artiklar använts vid analysen. Nästan alla vetenskapligt granskade artiklar beskriver empiriska studier, en artikel innehåller en metaanalys.

1. Inledning	1
2. Syfte och frågeställningar	3
3. Bakgrund.....	4
3.1 Internationella studier om matematisk problemlösning.....	4
3.2 Matematiska problemuppgifter	4
3.3 Undervisningsmetoder	5
3.4 Kooperativ inläring	6
3.5 Styrdokument.....	7
4. Metod	9
4.1 Informationssökning	9
4.2 Kriterier för inklusion	9
4.3 Materialanalys.....	10
Tabell 1. Översikt över de artiklar som har granskats.....	11
5. Resultat.....	12
5.1 Elevers utveckling vid arbete i grupp respektive i individuellt arbete.....	12
5.2 Alla delaktiga i grupp.....	13
5.3 Elever positiva till arbete i grupp.....	14
5.4 Effekter av kooperativ inläring	15
5.5 Gruppstorlekens betydelse	15
5.6 Sammansättning baserad på kunskapsnivå	16
6. Diskussion.....	18
6.1 Metoddiskussion	18
6.1.1 Validitet och reliabilitet.....	18
6.1.2 Erfarenheter vid informationssökning	18
6.1.3 Erfarenheter vid materialanalys	19
6.2 Resultatdiskussion.....	20
6.2.1 Elevers utveckling i grupp jämfört med individuellt arbete	20
6.2.2 Gruppsammansättning	21
6.2.2.1 Gruppstorlek.....	22
6.2.2.2 Sammansättning baserad på kunskapsnivå	22
6.2.3 Styrdokument.....	24
6.2.4 Framtida undersökning	24
Referenslista.....	26
Bilaga 1. Sammanfattning av granskad litteratur.....	29

1. Inledning

I den här litteraturstudien har vi undersökt huruvida det är positivt eller negativt att undervisa elever i små grupper vid arbete med matematisk problemlösning. Det är framförallt vad eleverna utvecklar vid arbetet i grupp och hur de utvecklar det som har undersökts. Vi som skriver denna studie utbildar oss till lärare i årskurserna 4-6 och vill med hjälp av studien utveckla våra och andra lärares undervisning. Vi svarar i resultatet på vad det är som utvecklas och hur. Genom att besvara frågan hur hoppas vi att vi kan inspirera och motivera. Enligt de internationella undersökningar som gjorts inom ramen för TIMSS (Skolverket, 2012) och PISA (Skolverket, 2013) presterar svenska elever sämre än genomsnittet av övriga deltagande länder. Sverige har presterat dåligt på testet som prövar elevernas problemlösningsförmåga. Vi vill därför motivera till att utveckla undervisningen av matematisk problemlösning.

Trots att problemlösning kan tillämpas vid de flesta inriktningarna inom matematik har vi, under våra verksamhetsförlagda utbildningsperioder (VFU) sett att problemlösning är något som är lågprioriterat. Flertalet av de lärare vi kommit i kontakt med har strikt följt matematikbäckernas upplägg, vilket gjort att många av eleverna missat problemlösningsuppgifterna, då dessa ligger i slutet av kapitlet. Därför ges tyvärr inte alla elever möjligheten att öva upp sin problemlösningsförmåga. Enbart de högpresterande eleverna får möjlighet att utveckla den förmågan. I de tidigare åldrarna är det även vanligt att problemlösning inte behandlas över huvud taget. Vi har även uppmärksammat att eleverna alltid arbetar enskilt när de arbetar med problemlösning.

Williams (2006) menar att eleverna en djupare kunskap i ämnet när de arbetar i små grupper. Vi vill genom detta arbete ta reda på om elevernas kunskaper i problemlösning faktiskt kan förbättras när de arbetar i små grupper. Under våra VFU-perioder har vi sett att eleverna ofta arbetar enskilt med arbetsblad eller i matematikboken, vid de tillfällen som de arbetar med problemlösning. Eleverna får vid det enskilda arbetet inte möjlighet att diskutera strategier, metoder eller slutsatser. Vid de få tillfällen som eleverna hjälpte varandra i matematiken, har vi observerat, att de enbart gav svaren på uppgiften till varandra istället för att visa hur de löst uppgiften. Eleven som behövde hjälp fick då inte möjlighet att lära sig de strategier och metoder som krävdes för att lösa de kommande uppgifterna. Eleverna går då miste om ett tillfälle att utveckla sin matematiska resonemangsförmåga.

Vi har ett flertal gånger under vår utbildning fått höra hur viktigt det är att eleverna delar med sig av strategier och metoder. Trots att föreläsarna betonat hur viktigt det är att eleverna delar med sig så

har vi sett väldigt lite av det under våra VFU-perioder. Även Möllerhed (2001) har observerat att enskilt arbete är vanligare än att eleverna samarbetar, trots att det skrivits mycket om att samarbete vid problemlösning är att föredra.

2. Syfte och frågeställningar

Syftet med studien är att undersöka hur arbete i mindre elevgrupper påverkar elevers resultat i matematisk problemlösning. Speciellt vill vi undersöka hur gruppernas sammansättning kan påverka elevernas inläring av matematisk problemlösning vid arbete i grupp såväl som hur eleverna påverkas vid arbete i grupp. Studien är en litteraturstudie som begränsas till texter om undervisning i mellanstadiet.

Detta syfte vill vi uppfylla genom att besvara följande frågeställningar:

- Vad utvecklar elever av att arbeta i grupp jämfört med att arbeta individuellt?
- Hur kan sammansättningen av gruppen (storlek på gruppen och kunskapsnivå) påverka elevernas prestationer?

3. Bakgrund

3.1 Internationella studier om matematisk problemlösning

Undersökningar från PISA testar hur elever presterar i olika ämnen, genom att samma prov delas ut till elever i flera olika länder. Proven granskas och utgör sedan resultatet för undersökningen.

Resultatet på problemlösningstestet från 2012 visade att Sverige ligger på 25:e plats av 44 länder.

Undersökningen förklarar inte varför resultaten ser ut som de gör, men de signalerar tydligt att den svenska matematiska problemlösningundervisningen behöver förbättras (Skolverket, 2013).

TIMSS är likaså en internationell studie där elever i olika länder gör samma test, vars resultat sedan jämförs. Undersökningen är indelad i tre delar, varav en del testar problemlösningförmågan.

Svenska elever har presterat sämre för varje test som gjorts. Mellan 1995 och 2011 har resultatet sjunkit med 55 poäng vilken är den största nedgången av samtliga deltagande länder. År 2011 fanns möjligheten att jämföra utvecklingen i problemlösning med tidigare år. De elever som gjorde testet 2011 i årskurs åtta, hade även gjort testet när de gick i årskurs fyra, vilket möjliggjorde en analys av elevernas inläring över dessa år. Analysen visade att eleverna i Sverige lärde sig mindre mellan årskurs fyra och årskurs åtta, än vad elever i andra länder hade gjort under samma tid (Skolverket, 2012). I undersökningarna från TIMSS möjliggörs jämförelser av hur eleverna undervisats. I de jämförelserna framkommer det att Sverige tillhör de länder där lärarna i störst utsträckning använder sig av läroboken vid undervisning av matematik. Flera av länderna som enbart använder läroboken som ett komplement i undervisningen fick bättre testresultat än de som endast använder sig av läroboken (TIMSS, 2011).

3.2 Matematiska problemuppgifter

Problemlösning introducerades i Lgr 80, vilket innebar ett stort framsteg för matematikundervisningen. Undervisningen gick från att handla om färdighetsträning till att bygga upp användbara verktyg för att lösa problem i olika situationer (Löwing & Kilborn, 2002).

Både Grevholm (2014) och Möllerhed (2001) definierar problemuppgifter som uppgifter där eleverna inte sedan tidigare har en lösningsmetod för problemet, utan behöver tänka efter för att komma på en lämplig metod. Det krävs ansträngning från eleven för att finna en lösning, till skillnad från en rutinuppgift där metoden för att lösa uppgiften är angivet och eleven ska följa en viss väg. Enligt kommentarmaterialet till kursplanen i matematik (2011a) definieras en problemuppgift som en uppgift där eleven inte vet hur problemet bör lösas. Uppgiften kan ha

koppling till matematiska kunskapsområden såväl som till elevers vardagsituationer (Skolverket, 2011a).

Löwing och Kilborn menar, utifrån sin undersökning, att det finns två vanliga definitioner av vad en problemuppgift är. Den ena förklaringen är att uppgiften är språkligt utformad, oftast med ett vardagligt språk. Den andra förklaringen är att uppgiften uppfattas som ett problem för att den är svår för eleverna att lösa (Löwing & Kilborn, 2002). Pólya (1970) menar att även de elever som har ett bristande intresse för matematik, kan känna glädje i matematik genom arbete med problemlösning. Elever som enbart får lösa rutinuppgifter kan tappa intresset för matematik, vilket kan hindra deras matematiska utveckling. Läraren kan istället utmana elevernas nyfikenhet genom att förse eleverna med problemuppgifter, anpassade till elevernas kunskapsnivåer eller intressen. Dessutom menar Pólya att en elev som får arbeta med problemuppgifter kan utveckla ett intresse för matematik och färdigheter i det självständiga tänkandet.

3.3 Undervisningsmetoder

I Sverige var det förr vanligare med katederundervisning vilket successivt har övergått till att bänkarbete är den dominerande undervisningsmetoden i klassrummen. Katederundervisning innebär att eleverna svarar på lärarens frågor när de blir tillåtna att tala, det är därför till största del läraren som talar. Bänkundervisning som dominerar i klassrummen nu gör att eleverna får tala ännu mindre än vad de fick tidigare (Hansén & Forsman, 2011). Hansén och Forsman skriver att anledningen till att bänkarbetet är mer vanligt i Sverige idag är för att elevgrupperna är väldigt varierade och bänkarbetet erbjuder en större flexibilitet eftersom eleverna kan arbeta med olika uppgifter samtidigt. Elever med olika färdigheter, mål och förväntningar kan samsas i klassrummet eftersom de arbetar individuellt.

I Japan är resultaten från TIMSS betydligt bättre än resultaten från svenska elevers prestationer och undersökningar har utförts i japanska klassrum för att försöka identifiera vad det är som gör att de japanska eleverna presterar bra på dessa test. En vanlig undervisningsmetod i de japanska klassrummen är att eleverna får ett problem som de först får arbeta med självständigt för att sedan få arbeta tillsammans med en klasskamrat och avslutningsvis går läraren igenom olika strategier som kan användas för att lösa det matematiska problemet (Fan, Wong, Cai & Li, 2004).

3.4 Kooperativ inläring

Kooperativ inläring innebär att elever arbetar tillsammans och genom det lär sig ny kunskap. Enligt Vaughan (2002) står kooperativ inläring för undervisning av heterogena grupper som arbetar tillsammans för att maximera sin och andras inläring. Vi har i det här arbetet valt att tolka heterogena grupper som grupper där elever befinner sig på blandade kunskapsnivåer. Johnson och Johnson (1999) påpekar att inte alla elever som arbetar i grupp arbetar med kooperativ inläring. De menar att traditionella klassrumsgrupper inte är detsamma som kooperativa grupper. I den traditionella klassrumsgruppen är eleverna indelade i grupper och tvingas till acceptans av att de måste arbeta tillsammans. Uppgiften kräver inte samarbete utan är av individuell karaktär, där eleverna arbetar individuellt i grupp. Eleverna blir i de grupperna ofta belönade som individer och inte som en medlem i gruppen. I de traditionella klassrumsgrupperna tappar eleverna motivationen att hjälpa varandra till förståelse, de blir mer fokuserade på sin egen förståelse. Johnson och Johnson (1999) menar att till skillnad från de traditionella klassrumsgrupperna bidrar ofta de kooperativa grupperna till motivation, att hjälpa resten av gruppen till förståelse. Eleverna arbetar i de kooperativa grupperna, mot ett gemensamt mål. De hjälper varandra att förstå och uppmuntrar varandra till att arbeta hårt. Genom kooperativt arbete presterar gruppen högre kunskapsmässigt än om eleverna skulle arbeta enskilt. Hur gruppen presterar beror på hur den är strukturerad, vad läraren använder för uppgifter och framförallt hur läraren uppmuntrar till samarbete. Hur gruppen presterar påverkas även av huruvida läraren delat in eleverna i fungerande grupper (Johnson & Johnson, 1999). Williams (2006) skriver att eleverna bör uppmärksammas på de olika lösningar som finns vid ett och samma problem. Variationen av lösningar som kan finnas i klassrummet kan leda till att eleverna inser vilken stor kunskap klassen besitter som grupp. För att belysa den vida kunskapen bör lösningarna tas upp i helklass för att visa på variationen av lösningsförslag (Williams, 2006).

Williams (2006) menar att elevernas kunskaper om ämnet utvecklas när de arbetar tillsammans i grupper. Eleverna utvecklar även förmågor som att lösa konflikter och att utveckla och föra argumentationer. Vid arbete i grupp i matematik, framförallt vid problemlösning, undersöker eleverna likheter och skillnader som kan finnas i de redovisade lösningarna. Eleverna kan då göra jämförelser mellan vilka strategier och metoder som har använts för att lösa en problemuppgift. Williams (2006) menar även att eleverna ges möjlighet till diskussion vid lösandet av till exempel problemuppgifter eftersom tillvägagångssätten och svaren inte alltid är självklara. Genom att diskutera de olikheter som finns skapar eleverna en djupare förståelse för uppgiften och de strategier som använts för att lösa den.

Enligt Kroksmark (2003) förespråkade Lev Vygotskij redan i mitten av 1900-talet vikten av att lära av varandra. Teorin att elever ges möjligheten att utveckla sin kunskap genom sociala interaktioner med någon elev som kan mer, är en av Vygotskijs teorier och benämns den proximala utvecklingszonen. Eleverna kan genom samspel, med en person som kan mer, ta till sig den nya kunskapen. Vygotskij förespråkade att genom samverkan kommer goda och mångsidiga resultat. Det innebär att eleverna presterar bättre när de arbetar tillsammans och de får en djupare kunskap som möjliggör ett nyanserat förhållningssätt (Kroksmark, 2003). Williams (2006) menar att det sociokulturella perspektivet, där Vygotskijs teorier ligger som grund eller har varit en inspirationskälla, är en del av det sociokulturella perspektivet vilket innebär lärandet som sker mellan elever. Det innebär även att elever lär utifrån den sociala miljön. Enligt Vygotskij är den sociala interaktionen den viktigaste drivkraften i barns utveckling, då Vygotskij menar att det är den som gör att barn lär sig bäst (Vygotskij enligt Williams, 2006).

Enligt Rubin (1998) har lärare alltid vetat att inläringen förbättras när eleverna involveras i sitt eget lärande. Genom det matematiska samtalet, som innebär att fråga eller förklara, kan eleverna uppnå en effektiv lärandesituation. Genom diskussion och samtal kan eleverna få en högre kunskap om problemlösning (Rubin, 1998). Enligt Johnson och Johnson (1999) blir eleverna genom arbete i grupp mer medvetna om inläringen hos de andra i gruppen, såväl som om sin egen inläring. På så vis får de en bättre förståelse för andras svårigheter inom matematik och kan bygga en större acceptans för människors olikheter.

3.5 Styrdokument

Enligt kursplanen för matematik (Skolverket, 2011b) bör elever ges möjlighet att utveckla förmågor som att, ”föra och följa matematiska resonemang och använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser” (Skolverket, 2011b, s.47). Enligt kommentarmaterialet (Skolverket, 2011a) ska elever, genom arbete i grupp, ges möjlighet att utveckla sin kommunikativa förmåga. När eleverna tolkar och skapar arbetar de med den kommunikativa förmågan. Genom att läsa texter med viss svårighet övar eleverna på att tolka materialet. Genom att sedan presentera relevant information visar eleven på en förståelse av uppgiften. Eleverna behöver öva på förmågan att argumentera och driva ett resonemang vidare. Genom att eleverna delar med sig av relevant information får gruppen möjlighet att följa någon annans resonemang, eleven ges även möjlighet att förklara sina egna argument. När eleverna driver processen framåt med hjälp av matematiska argument använder eleven sin resonemangsförmåga

(Skolverket, 2011a). Enligt kunskapskraven i matematik (Skolverket, 2011b) ska elever kunna lösa enkla problem i elevnära situationer på ett fungerande sätt. För att lösa problemen ska eleverna använda sig av de strategier och metoder med anpassning till problemet som fungerar för dem. Eleverna ska även bidra till ett alternativt tillvägagångssätt till problemet. Ett alternativt tillvägagångssätt innebär att eleverna kommer fram till fler än en lösning på problemuppgiften (Skolverket, 2011b).

4. Metod

Det här avsnittet förklarar tillvägagångssättet vid informationssökningen, vilka kriterier vi har haft för artiklarna som granskats och hur granskningen av materialet har gjorts. I det här arbetet har enbart vetenskapligt granskad litteratur undersökts. I de vetenskapligt granskade artiklarna har matematisk problemlösning samt arbete i grupp varit kriterier för att litteraturen skulle inkluderas i vårt arbete. Störst fokus har legat på att granska de artiklar där forskarna har gjort undersökningar när eleverna arbetar i grupper vid problemlösning. Metodavsnittet avslutas med en tabell över den granskade litteraturen.

4.1 Informationssökning

Sökningsarbetet påbörjades genom att sökord valdes utifrån våra tidigare erfarenheter. De sökorden var till exempel *problem solving* och *group*. Sökningarna utifrån de orden resulterade i att artiklar, vilka var relaterade till området hittades. Utifrån dem kunde nya, mer relevanta, sökord väljas. De nya sökorden var till exempel “*cooperative learning*”, *mathematic**, “*problem solving*”, “*middle school*” och “*learning together*”.

De sökorden användes sedan i söktjänsterna MathEduc, Primo, Swepub, Google Scholar respektive Eric. De olika söktjänsterna gav varierande resultat. På Swepub fick vi enbart ett fåtal träffar där texterna bedömdes som irrelevanta för vårt arbete. Söktjänsterna Eric, Google Scholar och MathEduc gav fler relevanta träffar och det var därför främst de söktjänsterna som användes. De artiklar av relevans för vårt arbete som hittats användes senare för kedjesökning. Kedjesökningarna gjordes via Primo, Google Scholar, MathEduc och Eric. Kedjesökningarna resulterade ofta i att artiklarna inte fanns att tillgå. Sökningar gjordes även på forskare, som nämnts i artiklarna, vilka kändes relevanta utifrån vårt syfte. Mest fördelaktiga var ändå de sökningar som gjordes utifrån sökorden, då de resulterade i flera relevanta artiklar. Litteraturen som granskats finns redovisad i tabell 1.

4.2 Kriterier för inklusion

För att möjliggöra en vetenskaplig granskning har avgränsningar gjorts. Stor vikt lades vid att finna artiklar från olika länder för att möjliggöra jämförelser. Artiklar från många olika länder hittades, till exempel artiklar från USA, Turkiet och Spanien, vilka kändes relevanta för vårt arbete. Ett krav för

oss var att varje artikel uppnådde vissa kriterier, till exempel att artiklarna var vetenskapligt granskade.

Det andra kriteriet för studien var att varje artikel handlade om elever i grupp som arbetade med matematisk problemlösning. De artiklar som bara tog upp problemlösning eller arbete i grupp plockades bort för att säkerhetsställa att författarna av artiklarna granskat matematisk problemlösning i grupp. Vid de sökningar som gjorts med sökorden ”problem solving” och ”group” fanns artiklar som tog upp andra typer av problemlösning än matematisk problemlösning, även de valdes bort.

Det tredje kriteriet var att artiklarna skulle undersöka grupperns inläring. Artiklar med grupper med upp till åtta elever i varje grupp inkluderades, då vi ansåg att över åtta elever i gruppen inte längre räknades som en liten grupp. Vi ansträngde oss även för att finna artiklar där undersökningarna visat negativa resultat från arbetet i grupp. Negativa resultat innefattade även negativa erfarenheter från arbetet i grupp. Enstaka artiklar hittades där problem i grupperna, vid arbetet i grupp med problemlösning, hade uppstått. Sökningarna resulterade sällan i att forskarna förklarade varför de sammansatt grupperna så som de gjort, vilket gjorde det svårare för oss att fastställa den optimala gruppstorleken.

De artiklar som uppfyllde kraven låg sedan som en god grund för noggrannare analys. I det fortsatta arbetet hittades artiklar som var skrivna under de senaste åren, vilket ansågs öka artiklarnas relevans för arbetet.

4.3 Materialanalys

Vi läste litteraturen och strök under delar utifrån olika teman som ansågs vara intressanta för vår studie. De markerade styckena användes sedan för att skriva sammanfattningar (se bilaga 1). De olika temana är baserade på vårt syfte och våra frågeställningar. Ett av temana handlade till exempel om gruppstorlek. När vi då hittade något om gruppstorlek i artikeln ströks det under för att sedan ligga som grund för sammanfattning av den artikeln. Vi kunde därför i den fortsatta analysen använda sammanfattningarna vid jämförelser och fastställande av resultat. De artiklar som vi hittade och ansåg (utifrån inklusionskriterierna) relevanta är listade i tabell 1.

Tabell 1. Översikt över de artiklar som har granskats.

Johnson, D. W. & Johnson, R. T.	Making Cooperative Learning Work	Tidskrift	2000
Fredrick, M. L., Courtney, S. & Caniglia, J.	With a little help from my friends: scaffolding techniques in problem solving	Tidskrift	2014
Enu, J., Danso, P. A., & Awortwe, P. K.	Effects of group size on students mathematics achievement in small group settings	Tidskrift	2015
Díez-Palomar, J. & Cabré Olivé, J.	Using dialogic talk to teach mathematics: the case of interactive groups	Tidskrift	2015
Jaafar, R.	Can Group Discussion And Individualized Assignments Help More Students Succeed In Developmental Mathematics?	Tidskrift	2015
Capar, G. & Tarim, K.	Efficacy of the Cooperative Learning Method on Mathematics Achievement and Attitude: A Meta-Analysis Research	Tidskrift	2015
García-Carrión, R. & Díez-Palomar, J.	Learning communities: Pathways for educational success and social transformation through interactive groups in mathematics	Tidskrift	2015
Dees, R. L.	The role of cooperative learning in increasing problem-solving ability in a college remedial course	Tidskrift	1991
Vaughan, W.	Effects of cooperative learning on achievement and attitude among students of colour	Tidskrift	2002
DeJarnette, A. F., Dao, J. N. & Gonzáles, G.	What works: Promoting small-group discussions	Tidskrift	2014
Watanabe, M. & Evans, L.	Assessments that promote collaborative learning	Tidskrift	2015

5. Resultat

5.1 Elevers utveckling vid arbete i grupp respektive i individuellt arbete

Frederick, Courtney och Caniglia (2014) har visat att elever som arbetat i grupp presterade bättre på individuella tester i matematisk problemlösning, än elever som arbetade individuellt hela tiden. Forskarna jämförde två klasser, i ena klassen arbetade eleverna självständigt medan i andra klassen arbetade eleverna i små grupper. Båda klasserna fick samma för- och eftertest, när dessa jämfördes visades att eleverna som arbetade i grupp hade utvecklat en bättre problemlösningsförmåga (Frederick et al. 2014). En liknande undersökning har Jaafar (2015) utfört där hon undersökte elevernas utveckling av sin förståelse i matematisk problemlösning genom att arbeta i små grupper. Analogt med undersökningen av Frederick et al. (2014) fick eleverna i Jaafars studie göra individuella för- och eftertest som sedan jämfördes. Jämförelsen visade att arbete i grupp hade en positiv inverkan på elevernas förmåga av att lösa problemuppgifter. I grupperna diskuterade eleverna problemuppgiften och dess svårigheter. Eleverna utvecklade vid dessa diskussioner olika sätt att hantera olika sorter svårigheter som sedan var till hjälp vid enskilt arbete med matematisk problemlösning. Även Vaughan (2002) har gjort en undersökning om elevers prestationer vid problemlösning. Analogt med tidigare presenterade undersökningar visade en jämförelsen av för- och eftertester att eleverna genom att arbeta i grupp utvecklat sin problemlösningsförmåga.

Capar och Tarim (2015) har utfört en metaanalys som utgått från 36 forskningsarbeten från Turkiet, USA och Mexiko. Forskningsarbetena handlar om matematisk problemlösning där eleverna arbetar i grupp. Nästan alla forskningsarbeten visade, precis som tidigare presenterade undersökningar, att arbete i grupp leder till att eleverna får bättre resultat inom matematisk problemlösning jämfört med en traditionell undervisningsmetod, där läraren ses som enda kunskapsförmedlaren. Jämförelsen har utförts genom att forskarna har studerat elevernas testresultat innan studien började med testresultaten efter tiden med undersökningen. Endast tre av de 36 forskningsarbetena visade inga skillnader i kunskapsutvecklingen inom matematisk problemlösning hos eleverna vid arbete i grupp jämfört med traditionell undervisning (Capar & Tarim, 2015).

Enligt Johnson och Johnson (1999) får eleverna genom att arbeta i grupp, mot ett gemensamt mål, en högre produktivitet och presterar bättre än om de arbetar enskilt då de blir mer engagerade i att klara av uppgiften. Johnson och Johnson har samlat in och studerat över 550 forskningsstudier från över 100 år från en stor variation av forskare. Sammanställningen innefattade elever i olika åldrar

och även inom andra ämnen än matematisk problemlösning (Johnson & Johnson 1999). De beskriver sammanställningen såhär:

Working together to achieve a common goal produces higher achievement and greater productivity than does working alone. This is so well confirmed by so much research that it stands as one of the strongest principles of social and organizational psychology.

(Johnson & Johnson, 1999, s.72)

Dees (1991) undersökning var inte uppbyggd på samma sätt som bland annat Frederick et al (2014), Jaafar (2015) och Vaughan (2002) där eleverna arbetade i grupp. Eleverna i Dees undersökning blev enbart uppmuntrade till att samarbeta och ta hjälp av varandra när de behövde. I de klasser där eleverna blev informerade om vinsterna med att samarbeta presterade de bättre i kursen som handlade om problemlösning än elever i klasserna som inte blev informerade om vinsterna (Dees 1991).

5.2 Alla delaktiga i grupp

Enligt Enu et al. (2015), Dees (1991) och DeJarnette et al. (2014) kan läraren påverka eleverna genom att uppmuntra dem till att kommunicera i grupperna. Eleverna behöver vid arbete i grupp vara så exakta och tydliga som möjligt för att arbetet ska fungera på ett önskvärt sätt. Dees (1991) och DeJarnette et al. (2014) antyder att elever kan påverkas av läraren då läraren informerar om hur en diskussion i en grupp bör se ut. Informationen ges för att eleverna ska kunna föra en fungerande gruppdiskussion. Genom att läraren uppmuntrar eleverna att ifrågasätta varandra kan de skapa en djupare diskussion i gruppen vilket i sin tur leder till bättre lärande.

Johnson och Johnson (1999) presenterar i sin studie att eleverna kan påverkas redan innan arbetet i gruppen påbörjas. Läraren ska informera om allt eleverna behöver veta för att förstå uppgiften. Dessutom menar Johnson och Johnson att läraren bör undervisa om hur en gruppdiskussion kan se ut, att eleverna i gruppen förväntas använda sin sociala kompetens genom att till exempel uppmuntra varandra och bidra med idéer (Johnson & Johnson, 1999). Genom att läraren uppmuntrar de svagare elevernas korrekta svar, kan den elevens status i gruppen öka. Lärarens påverkan kan då bidra till att gruppdynamiken förbättras (Watanabe & Evans, 2015). Läraren påverkar även eleverna när de bestämmer hur arbetet under lektionen ska ske, Watanabe och Evans (2015) använde i sin undersökning ett poängsystem, där grupperna fick poäng då alla medlemmar

kan svara på frågor om lösningen och svaret på uppgiften. Denna metod användes för att alla elever i gruppen ska bli motiverade och engagerade för att alla medlemmar ska ha förståelsen för uppgiften, svaret, metoden och strategin som användes för att lösa uppgiften (Watanabe & Evans, 2015).

5.3 Elever positiva till arbete i grupp

De elevåsikter som forskarna skrivit om har visat att eleverna tycker att det är positivt att arbeta i grupp. En elev i Dees (1991) undersökning har yttrat sig om sin egen inläring på följande sätt:

”When you work with someone else and you have to explain a process or definition to them, simply by saying the words aloud you not only help the other student, you tremendously help yourself. It seems that by saying the words aloud your ears hear what your brain knows and this very fact helps you immeasurably.... Things you were unsure of or things you thought you understood but didn’t, seem to come clearer when two or more work together.”

(Dees, 1991 s.420)

I García-Carrión och Díez-Palomars (2015) undersökning utropar en elev, “Nu blir jag smart i matematik” och fortsätter “Våra huvuden är fulla av nummer. Jag vet allting nu! Du kan göra ett test i morgon, och du får se. Vi vet allting!” (Vår översättning, García-Carrión & Díez-Palomars, 2015 s.159). Eleven har fått bättre självförtroende avseende sin förmåga att lösa problem. Elevens förväntan på matematik har förändrats efter att de har arbetat med kooperativ inläring (García-Carrión & Díez-Palomar, 2015).

Även undersökningen av Fredrick et al. (2014) framförde att eleverna arbetar bättre i grupp än vid enskilt arbete och att deras självförtroende ökar vid detta arbetssätt. Eleverna i undersökningen antydde att de mer okomplicerat kunde komma igång med att lösa de olika problemen. Eleverna fick även i undersökningen svara på frågor om vad de ansåg kan hjälpa dem i utvecklingen av sin förmåga. Eleverna indikerade här sin uppskattning för stödet som kommer från att arbeta i grupp vid matematisk problemlösning. De kommenterade även att de tyckte att de mer effektivt och med större säkerhet kunde komma igång med att lösa ett problem när de arbetar i små grupper (Fredrick et al., 2014). Undersökningen av Vaughan (2002) visade utöver att elevernas förmåga att lösa problem ökade att eleverna har utvecklat en mer positiv attityd till matematiken. En positiv attityd

till ämnet kan bidra till att eleverna blir mer engagerade i arbetet som ska utföras. Eleverna försöker därmed göra sitt bästa och får på så sätt en större möjlighet att utvecklas.

5.4 Effekter av kooperativ inläring

Johnson och Johnson (1999) belyser att det finns många vinster med att arbeta i grupp, det är mer än bara ämneskunskaper som utvecklas. Genom arbete i grupp lär sig eleverna att leda, ta beslut, lita på varandra, kommunicera och hantera konflikter, vilket är av stor betydelse för den sociala utvecklingen. Elever som inte tycker om varandra av olika anledningar kan genom kooperativ inläring utveckla en acceptans för varandra. Kooperativa inlärningsgrupper kan hjälpa eleverna att bygga och underhålla relationer till klasskamraterna. Johnson och Johnson menar även att när relationerna mellan eleverna blir bättre ökar också produktiviteten hos eleverna. När relationerna är bra och eleverna känner sig trygga i gruppen finns det en större chans att de säger till när de inte förstår eller delar med sig av idéer som inte är helt genomtänkta (Watanabe & Evans, 2015). Genom att produktiviteten blir bättre får eleverna en känsla av att det egna engagemanget och ansvaret överförs till gruppen (Johnson & Johnson, 1999). Genom att eleverna lär sig kommunicera blir de bättre på att reparera skadade känslor och förstå andras perspektiv (Johnson & Johnson, 1999). Jaafar (2015) observerade vid sin undersökning att eleverna utvecklade studierelationer utanför klassrummet. Capar och Tarim (2015) skriver att kooperativa inlärningsgrupper gav eleverna en mer positiv attityd till matematik jämfört med traditionell undervisning.

5.5 Gruppstorlekens betydelse

Enligt Johnson och Johnson (1999) föreslår att eleverna delas in i grupper om 3-4 medlemmar i varje grupp. Detta för att möjliggöra en meningsfull gruppdiskussion och skapa interaktion mellan eleverna i gruppen. Elever som i vanliga fall är lågmälda får vid arbete i små grupper möjlighet att prata och diskutera strategier och slutsatser. Fortsättningsvis menar Johnson och Johnson (1999) att små grupper leder till att alla elever får känna sig viktiga och uppmuntras till att arbeta i gruppen. Det är dock viktigt att grupperna är tillräckligt stora för att kunna innehålla elever med olika åsikter, bakgrund och med blandade kunskaper. Johnson och Johnson visar därför att grupperna inte behöver bestå av något exakt antal för att arbetet ska leda till positiva lärmiljöer utan att vikten ligger vid att ha små grupper (Johnson & Johnson, 1999). Enu, Danso och Awortwe (2015) har utfört en studie där de jämfört hur gruppstorleken påverkade inläringen hos eleverna. Resultaten av studien visade att grupper om fyra elever hade presterat något bättre jämfört med de grupper som

innehöll tre eller fem elever. Även fast skillnaden var minimal är det därför att föredra att använda sig av grupper med fyra elever i varje (Enu et al. 2015).

Diez-Palomar och Olivé (2015) och García och Díez-Palomar (2015) sammansatte grupperna, till skillnad från både Johnson och Johnson (1999) och Enu et al. (2015), genom att låta klassens storlek påverka gruppstorleken. Diez-Palomar och Olivé (2015) och García och Díez-Palomar (2015) menar att storleken på gruppen bör bestämmas på det viset då antalet grupper är mer centralt än antalet elever i gruppen. De anser att det är viktigare att läraren har tid att hjälpa till vid diskussionerna i varje grupp än att eleverna arbetar i mindre grupper. Gruppstorleken som Diez-Palomar och Olivé (2015) och García och Díez-Palomar (2015) har använt sig av bestod av fem till sju elever i varje grupp. Även om grupperna i deras undersökning är betydligt större påvisar grupperna goda resultat i arbetet.

5.6 Sammansättning baserad på kunskapsnivå

Jaafar (2015) anser att antalet elever i varje grupp inte är det viktigaste, utan menar att det är viktigare att varje grupp ska innehålla elever som befinner sig på olika kunskapsnivåer. I gruppen är det även enligt Jaafar viktigt att minst en av eleverna kan kommunicera med gruppen om strategier och metoder för att nå lösningar till uppgifterna. Fler forskare än Jaafar i den granskade litteraturen har använt sig av grupper som är sammansatta med elever som befinner sig på olika kunskapsnivåer. Valet av att använda sig av elever på olika kunskapsnivåer har varit baserat på forskarnas egna tidigare erfarenheter. Díez-Palomar och Olivé (2015) menar att eleverna som förklarar strategier och metoder uppmärksammar sina egna strategier och metoder, vilket leder till att de får en djupare förståelse. Díez-Palomar och Olivé (2015) framför i sin studie varför de har använt sig av elever med blandade kunskapsnivåer istället för att använda sig av grupper där eleverna befinner sig på samma kunskapsnivå. De menar att en sådan gruppssammansättning kan skapa problem i gruppen. Problemen kan uppkomma om samtliga medlemmar i gruppen får problem med samma delmoment av uppgiften. Även Fredrick et al. (2014) använder grupper som består av elever på blandade kunskapsnivåer där sammansättningen av grupperna är lärarens ansvar. Läraren sammansätter grupperna genom att utgå från elevernas kognitiva förmågor. Grupperna enligt Frederick et al. bör bestå av en elev som ligger på en högre kunskapsnivå, två som ligger på medelnivå och en som ligger på en lägre kunskapsnivå. Även Enu et al., García-Carrión och Díez-Palomar, Vaughan och Díez-Palomar och Olivé har använt sig av grupper uppbyggda genom en blandning av elever med olika kognitiva förmågor där både hög, medel och låg kunskapsnivå är representerade. García-

Carrión och Díez-Palomars (2015) undersökning visade att de elever som befann sig på en lägre såväl som på en högre kunskapsnivå fick bättre resultat efter arbetet med kooperativ inlärningsmetod.

Díez-Palomar och Olivé (2015), Watanabe och Evans (2015) och Vaughan (2002) belyser vad grupper med blandade kunskapsnivåer kan ha för nackdelar. Watanabe och Evans (2015) observerade att flera av eleverna i undersökningarna inte vågade ifrågasätta andra elever, vilket kunde bero på att den som föreslog ett svar var kunskapsmässigt överlägsen eller hade en högre status i gruppen. Vid vissa situationer kan elever som är kunskapsmässigt överlägsna eller har en högre status i gruppen ignorera förslag som kommer från elever med en lägre status. Vid ett sådant tillfälle har eleven som ignorerat förslaget förlorat en möjlighet till utveckling, även eleven som möjligtvis hade ett svar till uppgiften förlorade möjligheten till utveckling (Watanabe & Evans, 2015).

Díez-Palomar och Olivé (2015) betonar att beroende på vem det är som föreslår en lösning kan eleverna acceptera den som korrekt på grund av vilken status eleven i fråga har i klassrummet. Eleverna kan ibland acceptera en felaktig lösning när den kommer från en elev de anser ligger på en högre kunskapsmässig nivå och därmed lära sig fel. Detta leder även till att eleven som föreslagit lösningen inte blir ifrågasatt och därmed får en starkare tilltro till kunskapen som kan vara felaktig. Vaughan (2002) belyser att vissa elever kan påstridigt försöka ta över gruppen och elever med hög kunskapsnivå kan agera överlägset mot sina gruppmedlemmar.

6. Diskussion

6.1 Metoddiskussion

Då det här är en litteraturstudie har endast tidigare forskningsarbeten granskats, inga egna empiriska undersökningar har gjorts. Arbetet ligger som grund för en kommande empirisk studie inom området.

6.1.1 Validitet och reliabilitet

Under studien har validitet och reliabilitet varit begrepp som vi tagit hänsyn till. För att arbetet ska få så hög validitet (giltighet) som möjligt har frågeställningarna och syftet legat som grund vid vår granskning av artiklarna. Genom att kategorisera delarna i materialet har vi arbetat mot högre validitet på litteraturstudien. För att arbetet ska få så hög reliabilitet (tillförlitlighet) som möjligt var det av stor vikt att använda flera söktjänster och sökord. Artiklarna som presenteras i resultatdelen fann vi på söktjänsterna Google Scholar, Eric och MathEduc. Fler söktjänster användes vid sökandet men gav trots ansträngning inga relevanta artiklar för arbetet. Det kan vara möjligt att valet av sökord påverkat resultatet av funna artiklar. Vid sökningar med de sökorden i andra söktjänster har dock artiklar hittats vilket vi anser gör sökorden lämpliga. Vi anser även att det ökar reliabiliteten i vårt arbete. Något som påverkar reliabiliteten negativt kan vara att de sökord som använts inte har varierats avsevärt under sökningarna.

6.1.2 Erfarenheter vid informationssökning

Vid urvalet av litteratur har källorna granskats ordentligt och sökorden resulterat i ett mycket omfattande resultat. Vid användande av mer konkreta sökord skulle resultatet av funna artiklar blivit mer precist utifrån vårt syfte. Sökningar som kunde gjorts hade varit med sökord som var mer inriktade på att finna artiklar där de jämförde individuellt arbete och arbete i grupp. Det kan även vara så att det inte gjorts speciellt många jämförande studier där de uteslutit andra effekter som kan ha påverkat resultatet. De artiklar som valts ut har varit de som undersökt liknande frågor som de vårt arbete grundar sig på. Efter att funna artiklar har granskats och sammanfattats insåg vi att författarna av artiklarna var positiva till undervisning i matematisk problemlösning vid arbete i grupp. Dock belyser forskarna att komplikationer kan uppstå vid arbete i små grupper med matematisk problemlösning, så som till exempel ett dominansspel i grupperna som påverkar gruppdynamiken. För att få ett så reliabelt resultat som möjligt påbörjades sökningsarbetet igen. Vid

den senare sökningen låg fokus på att finna artiklar där matematisk problemlösning vid arbete i små grupper gett negativa erfarenheter för antingen lärarna eller eleverna. Dock resulterade det omfattande sökningsarbetet i att inga fler artiklar hittades, där negativa erfarenheter påvisats.

6.1.3 Erfarenheter vid materialanalys

Något som kan haft påverkan vid analys av artiklarna är det faktum att vi båda är från Sverige och aldrig har vistats i en skola i något annat land. De miljöer som forskarna beskriver kan därför vara annorlunda mot de miljöer vi ser framför oss. Även om det kan haft påverkan vid granskningen är det inget som vi tror påverkar det resultat som fåtts, då det i slutändan har handlat om hur elever lär i små grupper vid arbete med matematisk problemlösning. För att med säkerhet kunna avgöra om forskarnas resultat varit trovärdiga, har fokus vid granskningen av artiklarna legat på att finna likheter och skillnader mellan de olika undersökningarna. Eftersom i stort sett alla undersökningarna visade goda resultat vid arbetet i små grupper vid matematisk problemlösning, anser vi att avsaknaden av svenska artiklar inte påverkat vår slutsats.

Även om vårt arbete riktar sig till svenska lärare, då det är skrivet på svenska och referenser ur styrdokument är från Sverige, anser vi att resultatet av arbetet även är relevant för lärare i andra länder. Den forskning som granskats har varit utförd i andra länder än vårt. Vi anser att det har resulterat i ett mer omfattande resultat som inte begränsar sig till undervisning i Sverige. Dock har kopplingar till de svenska styrdokumenterna gjorts och därför kan de delarna vara irrelevanta för lärare i andra länder. De artiklar som granskats har huvudsakligen skrivits under de senaste fem åren. Genom att granska litteratur som nyligen utgivits är resultaten från undersökningarna aktuella. Den litteratur som skrivits innan 2011 har inte exkluderats. Vi har dock varit tvungna att fastslå att resultaten fortfarande är tidsaktuella genom att se till så att de inte motsätter sig 2011 års läroplan. För att erhålla en större mängd artiklar att granska valdes forskning som inte endast riktade sig till årskurserna 4-6 att inkluderas. De studierna är gjorda på äldre elever, från högstadiet upp till högskolan.

6.2 Resultatdiskussion

6.2.1 Elevers utveckling i grupp jämfört med individuellt arbete

En av frågeställningarna i det här arbetet är: "Vad utvecklar elever av att arbeta i grupp jämfört med att arbeta individuellt". Genom att undersöka resultaten av studierna där forskarna undersökt elevernas inläring framgick att det att eleverna utvecklade sin matematiska problemlösningsförmåga när de arbetade i grupp. Vår litteraturstudie visar att eleverna utvecklar sin matematiska problemlösningsförmåga bättre när de arbetar i grupp jämfört med när de arbetar enskilt. Johnson och Johnson bland andra menar att eleverna presterar bättre vid arbete i grupp eftersom de i grupp reflekterar och värdesätter sina egna kunskaper såväl som vikten av övriga gruppmedlemmars kunskaper (Johnson & Johnson, 1999).

I samtliga studier som har undersökts i litteraturstudien framgår det att eleverna utvecklar bättre problemlösningsförmåga vid arbete i grupp än vid enskilt arbete förutom i någon enstaka studie som ingick i Capar och Tarims (2015) metaanalys där elevernas problemlösningsförmåga utvecklades lika mycket i kontrollgruppen som i fokusgruppen. Ingen studie visade på negativa resultat i utvecklingen av den matematiska problemlösningsförmågan vid arbete i grupp jämfört med enskilt arbete. Även fast Dees (1991) utförde en studie som inte var liknande de andra forskarnas studie, där eleverna arbetade i grupp, då Dees elever endast blev uppmuntrade att arbeta tillsammans visade även här resultatet att eleverna får en bättre inläring när de arbetar och lär tillsammans.

I de flesta studierna har forskarna använt sig av kontrollgrupper. I kontrollgrupperna har eleverna arbetat enskilt för att möjliggöra jämförelse mot fokusgruppen. Eleverna som arbetat i grupp har, vid jämförelsen av de för- och eftertest som gjorts, visat bättre resultat. Vi noterade att ingen information om hur kontrollgrupperna har arbetat finns i studierna, till exempel vilket stöd eleverna har fått av läraren, vilka uppgifter som använts, inte heller vilka strategier eller metoder som använts för att lösa problemuppgifterna. Uppgifterna som presenterats och använts i kontrollgrupperna har framstått som stora och enligt vår uppfattning kräver dessa uppgifter samarbete och diskussion för att utföra och lösa. Det kan därför varit en omöjlighet för eleverna som arbetat enskilt att klara av de uppgifterna. Det kan ha lett till att de inte fick chansen att utveckla sin problemlösningsförmåga då uppgifterna var för komplexa för enskilt arbete. En alternativ uppgift kan därför ha erbjudits till eleverna i kontrollgruppen. Detta ledde till att eleverna utifrån de uppgifterna som användes inte fick samma möjlighet till inläring. Uppgifterna var därför inte oberoende av vilken undervisningsmetod som användes. Utifrån antagandet att eleverna har blivit erbjudna en annan uppgift i fokusgruppen, funderar vi på om det kan ha påverkat forskarnas

resultat.

Då uppgifterna som arbetades med i fokusgruppen kan vara mer förberedande för eftertestet vilket resulterat i att fokusgruppen presterat bättre på detta test.

Utöver att eleverna utvecklar sin matematiska problemlösningsförmåga kan de utveckla sin attityd till matematik vilket García-Carrión och Díez-Palomars (2015) och Dees (1991) framför i sina studier genom att citera elevers uttalande om sina attityder till matematiken. García-Carrión och Díez-Palomars (2015) och Fredrick et al. (2014) lyfter fram att när eleverna arbetar i grupp kan deras självförtroende både för sig själv som person i sociala situationer och för sin förmåga att lösa problem utvecklas. Johnson och Johnson (1999) lyfter precis som Frederick et al. (2014) fram den sociala utvecklingen som utvecklas vid arbete i grupper. Några exempel är att de lär sig lita på varandra, kommunicera, resonera, argumentera och hantera konflikter. Att eleverna utvecklar dessa egenskaper är en grund i kursplanen för matematik (2011b). Eleverna ska i slutet på årskurs 6 kunna föra och följa matematiska resonemang och kunna argumentera på ett sätt så att resonemangen förs framåt. Den förmågan visar forskningen att eleverna får möjlighet att utveckla vid arbete i grupp vilket vi anser är betydelsefull information för vår kommande yrkesroll.

Även om denna litteraturstudie visar att matematisk problemlösning framgångsrikt kan undervisas i grupp belyser forskarna de problem som kan uppkomma. Läraren behöver tänka på att problem kan uppkomma och vara förberedd på dem. Vi anser att om läraren är förberedd på vad för problem som kan uppkomma vid undervisning i små grupper, kan konflikter och oklarheter undvikas. Watanabe och Evans (2015) använde i sin undersökning ett poängsystem, där grupperna fick poäng då alla medlemmar klarat av en uppgift. Vid en sådan övning kan elever bli irriterade på varandra när inte alla medlemmar förstår eller har delade meningar om, strategin, metoden eller svaret. Watanabe och Evans (2015) skriver även att samma övning kan användas utan poängsystem för att undvika tävlingsmomentet. En lärare kan bestämma om tävlingsmomentet behöver finnas i undervisningen för att motivera och engagera eleverna, och om eleverna klarar av poängsystem utan att det blir konflikter.

6.2.2 Gruppsammansättning

För att besvara den andra frågeställningen "Hur kan sammansättningen av gruppen (storlek på gruppen och kunskapsnivå) påverka elevernas prestationer?" har vi analyserat gruppsammansättningarna forskarna har använt sig av. Vi har även analyserat vilka argument forskarna har haft för att använda sig av den typen av sammansättning. Frågeställningen har vi delat

in i två delar där gruppstorleken har varit en del och sammansättningen baserad på kunskapsnivå en annan.

6.2.2.1 Gruppstorlek

I frågan om vilken storlek på gruppen som är att föredra är Johnson och Johnson (1999) och Enu et al. (2015) enade. De forskarna anser att grupperna bör vara små och innehålla 3-4 elever. Deras studie med dessa storlekar på grupperna visade att elevernas matematiska problemlösningsförmåga påverkats positivt av att arbeta i grupp. Diez-Palomar och Olivé (2015) och García och Díes-Palomar (2015) använde sig däremot av större grupper med cirka sju elever i varje grupp. Diez-Palomar och Olivé (2015) och García och Díes-Palomar (2015) anser att det viktigaste vid sammansättningen av gruppen är att läraren har tid att gå runt till varje grupp och hjälpa till. Storleken på gruppen bestäms då utifrån klassens storlek. Även deras undersökning visade goda resultat vilket kan tolkas som att storleken på gruppen inte har så stor betydelse utan att fokus ligger på undervisningsmetoden.

Frågan om vad som är den bästa storleken på en grupp kan därför diskuteras. Ingen av forskarna har delgett forskning där de jämför hur olika storlekar på grupperna kan påverka elevernas problemlösningsförmåga. Förutom Enu et al. egna undersökning om gruppstorlekens påverkan däremot undersöks inte större grupper än fem medlemmar.

Några forskare ansåg att gruppernas storlek skulle avgöras utifrån storleken på klassen. Gruppernas storlek är därför inte i fokus utan snarare antalet grupper. I klassrummet får det inte vara fler grupper än att läraren klarar av att gå runt och lyssna på alla. Vi anser därför att läraren behöver känna sin klass så pass bra att hen kan göra valet om storleken på gruppen. Klarar eleverna av att arbeta i små grupper med lite lärarhjälp eller behöver de mer hjälp av läraren och därför får arbeta i större grupper. När grupperna är små kan läraren inte lägga ner samma tid vid varje grupp, som när grupperna är större. Jaafar (2015) antyder att antalet elever i varje grupp inte har någon större betydelse. Det som är viktigt enligt henne är att varje grupp består av elever som befinner sig på olika kunskapsnivåer.

6.2.2.2 Sammansättning baserad på kunskapsnivå

Den andra delen av frågeställningen var hur sammansättningen av elever på olika kunskapsnivåer påverkar elevernas problemlösningsförmåga. Genom att undersöka vad forskarna använt sig av för sammansättning av kunskapsnivåer och hur de har argumenterat för sina val har vi funnit att

heterogena grupper föredrogs att användas i undersökningarna. I alla studier som vi har analyserat i denna litteraturstudie har forskarna använt sig av grupper sammansatta med elever på olika kunskapsnivåer. Forskarna har valt att använda sig av elever på olika kunskapsnivåer baserat på deras tidigare erfarenheter. Många av forskarna har inte problematiserat sitt val. Díez-Palomar och Olivè (2015) är några av de som har framfört varför dessa sammansättningar borde användas. Forskarna menar att elever som befinner sig på en högre kunskapsnivå måste förklara strategier och metoder för de andra medlemmarna i gruppen och uppmärksammar då sina egna strategier och metoder som leder till en djupare förståelse. Även de elever som befinner sig på en lägre kunskapsnivå utsätts för både begrepp och lösningsstrategier som de själva inte använder. Díez-Palomar och Olivé (2015) menar att sammansättningen av gruppen med elever i olika kunskapsnivåer är designat för att de elever som är svaga i ämnet ska få hjälp att utvecklas av de starkare eleverna.

Att eleverna utmanas vid arbete i grupp med sammansättning av elever med olika kunskapsnivåer är ett bra argument för användningen. Men många nackdelar har presenterats i studierna, elever kan agera överlägsna mot de andra i gruppen, elever kan även acceptera felaktiga lösningar som rätt eller att förslag ignoreras beroende på vem som föreslagit samt att eleverna inte vågar svara eller ifrågasätta de andra eleverna i gruppen (Watanabe & Evans, 2015). García-Carrión och Díez-Palomar (2015) och Jaafar (2015) menar att de elever som har en högre kunskapsnivå bryter ner sin kunskap till en mer lättförståelig kunskap. De gör det för att alla gruppmedlemmar ska kunna förstå. Det är därför viktigt att belysa värdet och vinsterna med att dela med sig av tankar, frågor och lösningar för både de med låg och hög kunskapsnivå. I skolans värdegrund står det att alla elever är lika mycket värda, vilket också betyder att alla elever ska få möjlighet att ta samma plats i klassrummen. Lärare behöver därför arbeta med att förebygga dominansspel bland gruppmedlemmar. Därför kan lärare, förslagsvis i förväg, undervisa eleverna hur man ska bete sig i en grupp, varför det är viktigt att alla delar med sig av tankar och varför de ska arbeta i grupp (Johnson & Johnson, 1999).

Díez-Palomar och Olivè (2015) är de enda forskarna som problematiserar gruppsammansättning där eleverna är på samma kunskapsnivå. Vid en sådan sammansättning har inte gruppen någon att vända sig till när de stöter på problem med uppgiften, då eleverna kan ha svårigheter vid samma delmoment i lösningen på uppgiften. Å andra sidan vid en sådan sammansättning kan eleverna tillsammans arbeta mot att finna ett svar på uppgiften och därmed utmanas tillsammans. Elever som befinner sig på liknande kunskapsnivåer utmanar inte sin resonansförmåga på samma sätt som om de behöver förklara eller få förklarat strategier, metoder och begrepp.

Utifrån studierna vi har undersökt har alla forskarna använt sig av grupper där medlemmarna befinner sig på blandade kunskapsnivåer. De grupperna visade förbättrade resultat av sin matematiska problemlösningsförmåga. Forskarnas underlag för val av grupp sammansättning och argument för de valen har inte presenterats i deras studier. Undersökningarna som de gjort visar inte om även de grupper som består av elever som befinner sig på liknande kunskapsnivåer visar förbättrade resultat av den matematiska problemlösningsförmågan. Att arbeta med kunskapsmässigt blandade grupper är utifrån litteraturstudien att föredra eftersom forskarna har använt sig av denna sammansättning och eleverna i de grupperna visade god utveckling inom ämnet. De har även argumenterat för vinster med det arbetsättet, vilket bland annat García-Carrión och Díez-Palomars (2015) visade i sin studie. De visade att de elever som befann sig på en lägre såväl som på en högre kunskapsnivå fick bättre resultat efter arbete i en grupp med sammansättning av elever med olika kunskapsnivåer.

6.2.3 Styrdokument

Vår litteraturstudie visar att eleverna presterade bättre när de arbetade i grupp med matematisk problemlösning än när de arbetade enskilt. Eleverna utvecklade även en bättre förmåga att argumentera och resonera kring matematiska metoder. Enligt syftet för matematikundervisningen i läroplanen (Skolverket, 2011b) ska eleverna genom undervisningen ges möjlighet att utveckla ett intresse för matematik och tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang. Enligt kommentarmaterialet (Skolverket, 2011a) innebär tilltron till matematik att våga använda sig av matematik i olika sammanhang och våga pröva och göra fel för att sedan få en möjlighet att lyckas. De som känner tilltro till sina kunskaper behöver inte hävda sig för att visa att de är duktiga, utan kan istället bidra till gruppens kunskaper. I flertalet av de artiklar som granskats belystes den högpresterande elevens roll, som en positiv faktor där eleven får sina resonemang ifrågasatta och ges därför möjlighet att förklara och granska sitt matematiska resonemang. Eleverna ska enligt kursplanens syfte (Skolverket, 2011b) få möjlighet att reflektera över valda strategier, metoder, modeller och resultat. Detta är något som eleverna får möjlighet att arbeta med vid arbetet i små grupper vilket vi anser är väldigt relevant för vår kommande yrkesroll.

6.2.4 Framtida undersökning

Den här litteraturstudien ligger som grund för vår kommande empiriska undersökning. Arbeta i grupp och arbete med matematisk problemlösning är välutforskade områden men vi tror att det

föreligger ett behov av mer forskning om kombinationen av dessa båda ämnesområden. Vi anser att det vore intressant att undersöka hur storleken på gruppen påverkar inläringen av matematik hos eleverna, eftersom forskarna inte är eniga om vilken storlek grupperna bör ha. Den kommande studien ska undersöka om stora grupper med mer stöd från läraren eller små grupper med mindre stöd av läraren, är att föredra. Forskarna anser även att grupperna bör innehålla elever som befinner sig på olika kunskapsnivåer. Forskarna har dock inte lämnat utförliga motiveringar för denna ståndpunkt. Vi tror att det skulle vara intressant och givande att göra en studie med syfte att undersöka elevers prestationer, då de arbetar i grupper, med elever som befinner sig på olika kunskapsnivåer, och jämföra prestationer från grupper som sammansatts av elever som befinner sig på en liknande kunskapsnivå.

Referenslista

Björklund, C. & Grevholm, B. (2014). *Lära och undervisa matematik: från förskoleklass till åk 6*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Capar, G., & Tarim, K. (2015). Efficacy of the cooperative learning method on mathematics achievement and attitude: A meta-analysis research. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 15 (2), 553-559. DOI 10.12738/estp.2015.2.2098

Dees, R. L. (1991). The role of cooperative learning in increasing problem-solving ability in a college remedial course. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (5), 409-421. DOI: 10.2307/749188

DeJarnette, A. F., Dao, J. N., & González, G. (2014). Learning what works: Promoting small-group discussions. *Mathematics Teaching in the Middle school*, 19 (7), 414-419. DOI: 10.5951/mathteachmidscho.19.7.0414

Díez-Palomar, J., & Olivé, J. C. (2015). Using dialogic talk to teach mathematics: the case of interactive groups. *ZDM Mathematics Education*, 47 (7), 1299-1312. DOI 10.1007/s11858-015-0728-x

Enu, J., Danso, P. A., & Awortwe, P. K. (2015). Effects of Group Size on Students Mathematics Achievement in Small Group Settings. *Journal of Education and Practice*, 6 (1), 119-122.

Fan, L. (red.) (2004). *How chinese learn mathematics: perspectives from insiders*. New Jersey: World Scientific.

Frederick, M. L., Courtney, S., & Caniglia, J. (2014). With a little help from my friends: Scaffolding techniques in problem solving. *Investigations in Mathematics Learning*, 7 (2), 21-32.

García-Carrión, R., Díez-Palomar, J. (2015). Learning communities: Pathways for educational success and social transformation through interactive groups in mathematics. *European Educational Research Journal*, 14 (2), 151-166. DOI: 10.1177/1474904115571793

Jaafar, R. (2015). Can group discussions and individualized assignments help more students succeed in developmental mathematics?. *Journal of College Teaching & Learning*, 12 (4), 209-222.

Hansén, S. & Forsman, L. (red.) (2011). *Allmändidaktik: vetenskap för lärare*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Johnson, D. W., Johnson, R.T. (1999). Making cooperative learning work. *Theory into Practice*, 38 (2), 67-73. DOI: 10.1080/00405849909543834

Kroksmark, T. (red.) (2003). *Den tidlösa pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur.

Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik: för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.

Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9*. Diss. Lund : Univ., 2001. Lund.

Pólya, G. (1970). *Problemlösning: en handbok i rationellt tänkande*. Stockholm: Prisma.

Rubin, L., Hebert, C. (1998). Model for active learning: Collaborative peer teaching. *College Teaching*, 46 (1), 26-30. DOI:10.1080/87567559809596229

Skolverket. (2011a). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2011b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011, Lgr 11*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2013). *PISA 2012 [elektronisk resurs] : 15 åringars kunskaper i matematik, läsförståelse och naturvetenskap*. Stockholm: Skolverket. Hämtad från:
http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FRecord%3Fk%3D3126

Skolverket (2012). *TIMSS 2011 [Elektronisk resurs] :Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Skolverket. Hämtad från:
http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FRecord%3Fk%3D2942

Vaughan, W. (2002). Effects of cooperative learning on achievement and attitude among students of color. *Journal of Educational Research*, 95 (6), 359-364. DOI: 10.1080/00220670209596610

Watanabe, M., Evans, L. (2015). Assessments that promote collaborative learning. *Mathematics Teacher*, 109 (4), 298-304. DOI: 10.5951/mathteacher.109.4.0298

Williams, P. (2006). *När barn lär av varandra: samlärande i praktiken*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Williams, P. (2001). *Barn lär av varandra: samlärande i förskola och skola*. Göteborg : Univ., 2001. Göteborg.

Bilaga 1. Sammanfattning av granskad litteratur

Författare, Titel, Tidsskrift, Publikationsår, Land, Söktjänst	Syfte	Design, Urval, Datainsamling, Validitet	Resultat
<p>Rocío García-Carrión & Javier Díez-Palomar <i>"Learning communities: Pathways for educational success and social transformation through interactive groups in mathematics"</i> European Educational Research Journal 2015, Vol. 14(2) 151–166 UK Eric</p>	<p>Syftet var att undersöka varför skolor i "learning communities" fick så goda resultat. De undersökte vilken effekt interaktiva grupper hade på inläringen av matematik och problemlösning.</p>	<p>De analyserade en studie som var utförd i Spanien där de använt sig av kontrollgrupper som de analyserat på samma sätt som fokusgruppen. De har filmat de olika intervjuerna.</p>	<p>De hade 5-6 elever i varje grupp där eleverna låg på blandade kunskapsnivåer. Undersökningen visade goda resultat i såväl högre som lägre kunskapsnivåer. I undersökningen hade varje grupp en handledare som hjälpte eleverna genom att ställa stöttande frågor och fanns där när de fastnade på fel saker. Det var lika många handledare som grupper. Eleverna skulle själva i gruppen diskutera fram lösningar på de givna problemuppgifterna. Sedan bytte handledarna till nästa grupp. Så att alla elever fick göra varje problemlösningssuppgift. Elever på en högre kunskapsnivå behövde "bryta ner" sin kunskap för att förklara, de utvecklar då en djupare kunskap.</p>

<p>Gulfer Capar och Kamura Tarim <i>"Efficacy of cooperative learning method on mathematics achievement and attitude: A meta-analysis research"</i> Educational Science: Theory & Practice 2015 April Turkiet Eric</p>	<p>En metaanalys, där de undersöker kooperativa metoder och jämför resultat med traditionell undervisningsmetod för att undersöka vilken effekt kooperativ undervisning har på elevernas inläring.</p>	<p>De analyserar 36 studier både internationella och nationella mellan 1988 och 2010. Endast studier som använt sig av för- och eftertest har undersökts eftersom de då har haft möjlighet att jämföra resultaten.</p>	<p>Resultaten visar att kooperativ undervisning är mest effektiv på universitetsnivå såväl som på förskolenivå. Resultaten visar även att kooperativ undervisning hade större inflytande på de matematiska kunskaperna än traditionell undervisning. Kooperativ undervisning ger eleverna en mer positiv attityd till matematiken.</p>
<p>Reem Jaafar <i>"Can group discussions and individualized assignments help more students succeed in developmental mathematics?"</i> Journal of collage teaching & learning 2015 USA Eric</p>	<p>Jaafar undersöker om elever lär sig textproblem lättare om de diskuterar uppgiften med sina klasskompisar innan de arbetar med liknande uppgifter enskilt hemma.</p>	<p>Under en lektion får eleverna först bestämma vilken svårighetsgrad uppgiften har, sedan diskuterar de uppgiften med sin grupp. Sist får eleverna göra en ny bedömning på samma uppgift för att se om svårighetsgraden ändras. Detta upprepas under flera lektioner.</p> <p>26 deltagare. Gjort läxförhör på Internet, resultatet kunde jämföras med många andra elever i samma ålder.</p>	<p>Efter tre lektioner syntes en tydlig förändring i elevernas val av svårighetsgrad på uppgifterna. Elever som valt hög svårighet på uppgifterna innan gruppdiskussionerna ansåg då istället att svårighetsgraden sjunkit. Uppgifterna hade samma svårighetsgrad, eleverna hade utvecklats.</p> <p>Experimentgruppen visade högre resultat på läxan än andra elever som gjort testet. De fick 1 till 12 % högre resultat på testen än vad de tidigare fått. Arbeta i grupp hjälper eleverna att få bättre problemlösningsförmåga. Forskaren antyder att antalet elever i varje grupp inte har någon betydelse, bara gruppen innehåller elever som befinner sig på blandade kunskapsnivåer.</p>

<p>Anna F. DeJarnette, Jennifer N. Dao och Gloriana Ganzáles <i>"What Works: Promoting Small-Group Discussions Mathematics teaching in the middle school"</i> 2014 USA Eric</p>	<p>Hur man kan hjälpa eleverna samarbeta för att förstå och lära sig att lösa problemuppgifter?</p>	<p>Läraren introducerar arbetet och finns även tillgänglig vid diskussion. Läraren är den som uppmuntrar eleverna till att ifrågasätta varandras lösningar/påståenden för att få fram ett mer precist svar. De gjorde samma sak i fyra olika grupper för att få ett troligt resultat. Eleverna gick i sjunde klass och det var tre elever i varje grupp.</p>	<p>Eleverna visade goda resultat men läraren såg att flera av eleverna inte vågade ifrågasätta de andra eleverna. Detta kunde bero på att den som föreslog ett svar var överlägsen kunskapsmässigt eller hade en annan status. Lärarens roll blev i det läget att uppmuntra ifrågasättning för att få ett utförligare svar, alltså ett svar som förklarar processen som ledde fram till lösningen. Vanligt var att två i gruppen diskuterade fram svaret medan den andra satt tyst och lyssnade.</p>
<p>Maika Watanabe och Laura Evans <i>"Assessments That Promote Collaborative Learning"</i> Mathematics teacher 2015 Eric</p>	<p>Syftet med artikeln var att undersöka vad läraren kan använda för verktyg för att skapa samarbete i klassrummet.</p>	<p>Läraren delar in eleverna i små grupper om fyra. Övningen består av ett tävlingsmoment för att skapa motivation. Alla i gruppen måste kunna svaret på uppgiften och vilka metoder som använts.</p>	<p>Eleverna arbetade för att alla skulle kunna förstå och förklara. För att gruppen inte skulle få poängavdrag var alla i gruppen tvungna att kunna förklara tillvägagångssättet. Vissa lärare hävdar att det inte är bra att ge poäng, men då finns det möjlighet att slopa den delen av "tävlingen". När eleverna känner sig trygga är det större chans att de delar med sig om idéer som inte är riktigt genomtänkta och vågar ställa frågor när de inte förstår.</p>

<p>Winston Vaughan <i>"Effects of Cooperative Learning on Achievement and Attitude Among Students of Color"</i> The Journal of Educational Research 2002 MathEduc</p>	<p>Syftet var att undersöka elevers attityd till matematik efter arbete med kooperativ undervisning.</p>	<p>21 elever från Bermuda, 10 pojkar och 11 flickor. Alla med utländskt påbrå. Innan eleverna fick vara med i studien fick de i en timme varje dag under en veckas tid lära sig strategier för att arbeta tillsammans. De fick också lära sig vikten av att arbeta tillsammans. Grupperna växades med två veckors mellanrum för att eleverna skulle få möjlighet att arbeta med andra. Grupperna var på fyra elever i varje, dock bestod en grupp av fem elever. Ej kontrollgrupp.</p>	<p>Kooperativ inläring visade en god effekt. Eleverna fick efter kooperativ undervisning en mer positiv attityd till matematiken. Grupperna bör bestå av elever som befinner sig på blandade kunskapsnivåer. Om elever är i grupper med elever som befinner sig på blandade kunskapsnivåer, kan det leda till att eleverna inte vågar fråga de andra gruppmedlemmarna om en förklaring/hjälp. Dock visade undersökningarna att vissa elever, med hög kunskapsnivå, kan agera överlägset mot sina gruppmedlemmar och kan "aggressivt" försöka ta över gruppen.</p>
<p>Justice Enu & Paul Amoah Danso & Peter K Awortwe <i>"Effects of group size on students mathematics achievement in small group settings"</i> Journal of Education and practice 2015 Ghana Google Scholar</p>	<p>Syftet var att undersöka vilken storlek på gruppen som är bäst för att eleverna ska lära sig mest vid grupparbete. Har gruppstorlek någon effekt på elevernas presentationer i matematiken?</p>	<p>Två klasser som var slumpmässigt utvalda utgjorde urvalet där 47 elever var i experimentgruppen och 50 var i kontrollgruppen. Klasserna gjorde förtester och eftertester för att se resultatet. De satt i grupper i en cirkel där de tillsammans skulle svara på ett quiz.</p>	<p>Visade inte på en större skillnad mellan gruppstorlek men tydlig skillnad på förtest och eftertest. Den inläring som sker i små grupper är svår att få i större grupper där alla inte blir lika aktiva. Grupperna med 4 elever i varje gjorde störst förändring. Resultatet visar att små grupper ökar elevernas förmåga. Blandning av elever med olika kunskapsnivåer i grupperna. Lärarens roll är bland annat att uppmuntra eleverna till samarbete.</p>

<p>David W. Johnson & Roger T. Johnson <i>"Making cooperative learning work"</i> Theory into practice 1999 USA Google Scholar</p>	<p>Varför är det bra med kooperativ inlärning. Vad är och vad är inte kooperativ undervisning?</p>	<p>Analyserat olika sorters gruppverksamhet, där kooperativ grupp är en sorts grupp. I en sådan grupp arbetar eleverna för att nå ett gemensamt mål medan i andra grupsammansättningar kan eleverna känna sig tvingade att arbeta tillsammans när de inte har något intresse eller tror på att detta kommer fungera.</p>	<p>Att använda sig av grupparbete är inte bara att sätta eleverna i grupp och låta dem arbeta, det ger inte kooperativ inlärning. Resultatet utifrån undersökningarna visar att eleverna genom att arbeta i kooperativa grupper når en högre presentationsnivå och får högre produktivitet än när de arbetar enskilt. Forskarna antyder att det ska vara tre till fyra elever i varje grupp. Kooperativa gruppen presterar bättre än eleverna hade gjort vid enskilt arbete. Eleverna blir medvetna om varandras lärande. Andra vinster med arbete i grupp: leda, ta beslut, lita på varandra, kommunicera och hantera konflikter vilket har en stor betydelse för den sociala utvecklingen.</p>
<p>Michelle L. Frederick & Scott Courtney & Joanne Caniglia <i>"With a little help from my friends: scaffolding techniques in problem solving"</i> Investigations in mathematics learning 2014 Eric</p>	<p>Syftet med studien var att undersöka hur "stöttat lärande" påverkar eleverna när de hjälper varandra att lösa problemuppgifter i mellanstadieklaser.</p>	<p>Urvalet är 50 elever i två klasser med samma lärare, i samma skola. Variation av storlek på grupper vid olika lektioner. Första lektionen var i helklass, andra var med små grupper och tredje var i par. Avslutningsvis fick eleverna arbeta enskilt. Förtest och eftertest användes.</p>	<p>Eleverna började förstå vad som hjälper dem att bli framgångsrika inom matematik. Eleverna tycker att det var till hjälp för att finna vägen till lösningen när de arbetade i grupp. Resultatet på eftertestet visade att eleverna fick bättre resultat än eleverna i kontrollgruppen. Variation av elever i grupper, i varje grupp en hög, två medel, en låg alltså 4 i varje grupp.</p>

<p>Roberta L. Dees <i>"The role of cooperative learning in increasing problem-solving ability in a collage remedial course."</i> Journal for research in mathematics education. 1991 USA Kedjesökning</p>	<p>Hur kooperativ inläring påverkar elevernas problemlösningsförmåga.</p>	<p>30 elever i experimentgruppen och 40 i kontrollgruppen. I kontrollgruppen blev eleverna inte aktivt uppmuntrade, men de fick arbeta tillsammans om de ville. I experimentgruppen uppmuntrades de att arbeta tillsammans. T.ex. När eleven frågade läraren om de gjort rätt, uppmuntrade läraren att eleven skulle fråga en annan elev om de har samma svar och uppmuntra till samarbete.</p>	<p>Innan experimentet var det i snitt 50 % av eleverna som klarade kursen. Efter experimentet klarade 52 % i kontrollgruppen kursen medan i experimentgruppen klarade hela 74 % av eleverna kursen. Lärarens roll var att uppmuntra eleverna till att samarbeta genom att informera om att det inte bara är den som får hjälp som lär sig mer utan även den som hjälper då den får en djupare förståelse.</p>
<p>Javier Díez-Palomar och Joan Cabré Olivé <i>"Using dialogic talk to teach mathematics: the case of interactive groups"</i> ZDM Mathematics Educations 2015 Spanien MathEduc</p>	<p>Att undersöka olika typer av interaktioner som kan ta plats vid arbete i grupp när eleverna kommer fram till en meningsfull förståelse av matematiken.</p>	<p>6-7 elever i varje grupp där det ska finnas en handledare i varje. Arbetet filmas för att kunna analyseras. 24 elever ingår i undersökningen som är i åldrarna 11-12.</p>	<p>Eleverna diskuterar sina resonemang med varandra. De blir tvungna att förklara sina slutsatser för sina klasskamrater och blir då utmanade kunskapsmässigt för att de måste analysera och "bryta ner" sina lösningar och på så vis utveckla sin kunskap. Gruppens storlek bestämdes beroende på storleken på klassen. Anledningen till det var för att en handledare skulle vara i varje grupp. Blandade kunskapsnivåer i gruppen. Negativt med arbete i grupp är att elever kan acceptera en felaktig lösning som korrekt beroende på vem som säger det.</p>